“Vectores”

- Se sabe que la distancia entre $A(1,0,7)$ y $B(-3,y,5)$ es $\sqrt{26}$. Calcula:
 - el valor de y , siendo $y > 0$
 - las componentes de $\overrightarrow{AB}$
 - el módulo de $\overrightarrow{BA}$
 - el vector proyección de $\overrightarrow{AB}$ sobre $\vec{a} = (1, -1, 2)$
- Dados los vectores $\vec{u} = (0, 1, 2)$, $\vec{v} = (1, 0, 4)$ y $\vec{w} = (3, 4, 0)$, calcula:
 - sus módulos
 - las componentes de $\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v} - \vec{w}_0$
 - el valor de $b = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{w} \times \vec{w}$.
- Dados los vectores $\vec{a} = (0, 3, -5)$, $\vec{b} = \left(\frac{5}{4}, -2, 6\right)$ y $\vec{c} = (3, 1, -8)$, calcula de valor de:
 $(\vec{b} - \vec{c}) \times \vec{a}_0$
- Dados los siguientes pares de vectores, determina si son paralelos o perpendiculares. En caso de no serlo, calcula el ángulo que determinan:
 - $\vec{u} = (4, 1)$ y $\vec{v} = (16, 4)$
 - $\vec{u} = (2, 1)$ y $\vec{v} = (-3, 6)$
 - $\vec{u} = (-3, 2)$ y $\vec{v} = \left(1, \frac{-1}{3}\right)$
- Dados los vectores $\vec{u} = (1, -2, 3)$ y $\vec{v} = (2, -1, -2)$, determina:
 - el ángulo que forma $\vec{u}$ y $\vec{v}$
 - el valor de x para que $\vec{u}$ sea ortogonal a $\vec{c} = (0, 3x, 3)$
 - el valor de s para que $\vec{v}$ sea paralelo a $\vec{b} = (-6, 3, 2s)$
- Determina el valor de x tal que los vectores $\vec{u} = \left(\frac{5}{2}, x, 4\right)$ y $\vec{v} = \left(\frac{5}{4}, \frac{7}{2}, x - 5\right)$ resulten:
 - Paralelos
 - perpendiculares
- Si $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = \frac{1}{2}$ y $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$ determina k de modo que $(\vec{a} + k\vec{b})$ sea perpendicular a:
 - $\vec{a}$
 - $\vec{b}$
 - $\vec{a} + \vec{b}$
 - $\vec{a} - \vec{b}$

8. Halla las componentes de $\vec{c}$, sabiendo que $|\vec{c}| = 50$, $\vec{c}$ es paralelo a $\vec{r} = (-2, 3, -1)$ y forma un ángulo agudo con el eje z.

9. Halla las componentes de $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ sabiendo que: $\vec{v}$ es paralelo al vector con origen en $A(3, -1, 2)$ y extremo en $B(-1, 3, 5)$, $|\vec{v}| = \sqrt{164}$ y $v_1 < 0$.

10. Dado el vector $\vec{u} = (2, -5, 3)$, determina los cosenos directores.

Respuestas a los ejercicios propuestos

1. a) $y = \sqrt{6}$
b) $\overrightarrow{AB} = (-4, \sqrt{6}, -2)$
c) $|\overrightarrow{BA}| = \sqrt{26}$
d) $proy_a \overrightarrow{AB} = \left(\frac{-8 - \sqrt{6}}{6}, \frac{8 + \sqrt{6}}{6}, \frac{-16 - 2\sqrt{6}}{6} \right)$

2. a) $|\vec{u}| = \sqrt{5}$ $|\vec{v}| = \sqrt{17}$ $|\vec{w}| = 5$
b) $\vec{a} = \left(\frac{-4}{15}, \frac{6}{5}, \frac{16}{3} \right)$
c) $b = 33$

3. $(\vec{b} - \vec{c}) \times \vec{a}_0 = \frac{-79}{\sqrt{34}}$

4. a) $\vec{u} // \vec{v}$
b) $\vec{u} \perp \vec{v}$
c) $(\vec{u}, \vec{v}) = 164^\circ 44' 41''$

5. a) $(\vec{u}, \vec{v}) = 100^\circ 15' 48''$
b) $x = \frac{3}{2}$
c) $s = 3$

6. a) $x = 7$
b) $x = \frac{9}{4}$

7. a) $k = -4$
b) $k = -3$
c) $k = \frac{-15}{4}$
d) $k = \frac{-9}{2}$

8. $\vec{c} = \left(\frac{100}{\sqrt{14}}, \frac{-150}{\sqrt{14}}, \frac{50}{\sqrt{14}} \right)$

9. $\vec{c} = (-8, 8, 6)$

$$10. \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{38}}$$

$$\cos \beta = \frac{-5}{\sqrt{38}}$$

$$\cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{38}}$$