

"Sistemas de ecuaciones lineales"

1. Calcula el rango de las siguientes matrices:

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 1 \\ 3 & 7 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales y clasifica el sistema aplicando el teorema de Rouché.

a)
$$\begin{cases} 4x + 2y - 3t = 1 \\ x + y - z + t = 2 \\ -4x - 3y + 2z - 3 = 0 \\ -3x + 2z + 4t = 6 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} -2x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_3 = -2 \\ x_1 - x_3 - 3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = -6 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 5x + y - z = 0 \\ x + 4y + 2z = 0 \\ 2x + 3y + 6z = 0 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x - 5y = 3 \\ 2x - 10y = 6 \\ -x + 5y = -3 \\ 4x - 20y = 12 \end{cases}$$

3. Resuelve el siguiente sistema escrito en notación matricial:

$$A.X = B \text{ donde } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -8 \\ 1 & 3 & 2 & -4 \\ 2 & 6 & 2 & -12 \\ 1 & 3 & -8 & -8 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -15 \\ -9 \\ -24 \\ -15 \end{pmatrix}$$

4. Dado el siguiente sistema escrito en notación matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

- Escribe el sistema de ecuaciones correspondientes y resuélvelo.
 - Determina si (2;5;3) es solución del sistema.
 - Explicita una solución particular
5. Escribe un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada sea la siguiente. Resuélvelo y explica el significado geométrico de dicho sistema y da el significado geométrico de su solución.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Completa

- Un sistema homogéneo de n ecuaciones lineales y n incógnitas, sólo admite la solución trivial sí y sólo sí.....
- Dos sistemas son equivalentes si.....

7. Dadas

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 & 1 \\ -6 & -6 & 5 & -11 & -4 \\ 4 & 18 & 6 & 14 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- Escribe un sistema de ecuaciones lineales homogéneo cuya matriz de coeficientes es A
- Indica si B es una forma escalonada de la matriz A

- c) Analiza si el sistema de ecuaciones lineales homogéneo posee variables libres.
En caso afirmativo, indica cuáles son.
- d) Resuelve el sistema.

8. Resuelve el sistema $AX=B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Respuestas a los ejercicios propuestos:

1.a) Rango = 3

b) Rango = 3

c) Rango = 2

2.a) $R(A)=R(M)=n=4$, el sistema no homogéneo es compatible determinado

$$\left\{ \left(\frac{126}{5}; -\frac{137}{5}; \frac{54}{5}; 15 \right) \right\}$$

b) $R(A)=3; n=3; R(M) = 4$, el sistema no homogéneo es incompatible

$$\emptyset$$

c) $R(A) = R(M) = n = 3$, el sistema homogéneo es compatible determinado

$$\{(0,0,0)\}$$

d) $R(A) = R(M) = 1, n= 2$ el sistema no homogéneo es compatible indeterminado

$$\{(3+5\alpha; \alpha), \alpha \in R\}$$

$$3. \left\{ \left(-3-3\beta; \beta; 0; \frac{3}{2} \right), \beta \in R \right\}$$

4. a)

$$\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x+3y-z=-1 \\ x+y=-3 \end{cases}$$

$$\{(-8-\alpha; 5+\alpha; \alpha), \alpha \in R\}$$

b) No es solución

c) Un ejemplo de una solución particular: $(-8; 5; 0)$

5.

$$\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x+3y-z=2 \\ x+y=0 \end{cases}$$

El sistema representa la intersección de tres planos. Al ser el sistema compatible indeterminado con una variable libre, el conjunto solución es una recta en el espacio.

$$\{(-2 - \alpha; 2 + \alpha; \alpha), \alpha \in R\}$$

6. a) $R(A) = n$

b) Si poseen el mismo conjunto solución.

$$7. \text{ a) } \begin{cases} 2x + 3y - z + 4w + t = 0 \\ -6x - 6y + 5z - 11w - 4t = 0 \\ 4x + 18y + 6z + 14w - t = 0 \\ 3t = 0 \end{cases}$$

b) Si

c) z es variable libre

$$d) \left\{ \left(\frac{3}{2}\beta; -\frac{2}{3}\beta; \beta; 0; 0 \right) \mid \beta \in R \right\}$$

8. $\{(1 + 3\alpha + \beta; -1 - 4\alpha - 3\beta; \beta; \alpha), \alpha, \beta \in R\}$