

### “Matrices y Determinantes”

1. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0.4 \\ 3 & \sqrt{5} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \pi & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -6 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Efectúa, si es posible, las operaciones que se indican en casa caso:

a)  $A+(C+D)$

e)  $2.(D.C)-2A$

b)  $B+2F$

f)  $A^2 + A : 3$

c)  $3.E-C$

g)  $5.A-2.(F.C)$

d)  $\frac{1}{2}(E + C)$

h)  $F.D$

2. Calcula los siguientes determinantes:

a)  $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$

b)  $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$

3. Calcula, si es posible, la matriz inversa de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Despeja  $X$  de las siguientes ecuaciones matriciales:

a)  $X.A + 3B = (C.X^{-1})^{-1}$

b)  $A - 3X = X.B$

c)  $C.X = B^t$

5. Halla el valor de  $a$  para el cual la matriz resulta no invertible:  $A = \begin{pmatrix} a & -3 \\ 1 & 1-a \end{pmatrix}$

6. Los siguientes determinantes son nulos, justifica:

a) 
$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 & 6 \\ 4 & -2 & 4 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & -3 \\ -2 & 6 & -2 & -6 \end{vmatrix}$$

b) 
$$\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -7 & 14 \end{vmatrix}$$

c) 
$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

7. Sabiendo que  $\begin{vmatrix} a & b & -2 \\ c & d & 1 \\ e & f & 7 \end{vmatrix} = \sqrt{5}$ , calcula:

a) 
$$\begin{vmatrix} a+2b & b & 2 \\ c+2d & d & -1 \\ e+2f & f & -7 \end{vmatrix}$$

b) 
$$\begin{vmatrix} a & -3b & -10 \\ 2c & -6d & 10 \\ \frac{1}{5}e & \frac{-3}{5}f & 7 \end{vmatrix}$$

8.  $M$ ,  $N$ ,  $P$  y  $Q$  son matrices cuadradas de orden 5 y además  $|M| = -28$ ,  $|N| = 21$ ,

$|P| = \frac{-5}{6}$  Calcula  $|Q|$ :

a)  $(M.N.Q)^{-1} = P$

b)  $2.Q.P = 7.P^{-1}$

c)  $(M^{-1} \cdot Q)^{-1} - Q^{-1} \cdot 3 \cdot M = 3 \cdot N$

9. Si  $\begin{vmatrix} x & v \\ z & t \end{vmatrix} = -4$ , calcula:  $\begin{vmatrix} x & x + 2v \\ z & z + 2t \end{vmatrix}$

### Respuestas a los ejercicios propuestos

1. a) No es posible
- b)  $\begin{pmatrix} 2+\pi & -1 & 2 \\ 6 & 8 & 10 \\ 0 & 6 & -1 \end{pmatrix}$
- c)  $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 9 & -18 \\ 20 & 7 \end{pmatrix}$
- d)  $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{7}{2} & -3 \\ 4 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$
- e)  $\begin{pmatrix} -12 & \frac{104}{5} \\ 4 & 8-2\sqrt{5} \end{pmatrix}$
- f)  $\begin{pmatrix} \frac{2}{15} & \frac{-8}{15}-\frac{2}{5}\sqrt{5} \\ 4+3\sqrt{5} & \frac{19}{5}+\frac{\sqrt{5}}{3} \end{pmatrix}$
- g) No es posible
- h) No es posible
2. a) 5
- b) 48
3. a)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{7} & \frac{2}{7} \\ \frac{3}{7} & -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$
- b)  $B^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -\frac{1}{3} & -\frac{7}{3} \\ -1 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ -1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$
- c)  $C^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{16} \\ \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} & -\frac{9}{16} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$
4. a)  $X = -3B.(A - C^{-1})^{-1}$
- b)  $X = A.(B + 3I)^{-1}$
- c)  $X = C^{-1}B^t$
5.  $a = \frac{-1 + \sqrt{13}}{-2}$  o  $a = \frac{-1 - \sqrt{13}}{-2}$

6. a) La primera y la tercera columna son iguales.

b) Las columnas son proporcionales.

c) Hay una fila de ceros.

7. a)  $-\sqrt{5}$

b)  $-6\sqrt{5}$

8. a)  $|Q| = \frac{1}{490}$

b)  $|Q| = \frac{151263}{200}$

c)  $|Q| = \frac{128}{729}$

9. -8