



López, Elisabet

Borra, Virginia Laura

Pagura, José Alberto

Mignoni, César Antonio

Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas de la Escuela de Estadística

EFICIENCIA DE ESTIMADORES UTILIZANDO INFORMACIÓN DE VARIABILIDAD ESPACIAL PARA DISTINTOS TAMAÑOS DE MUESTRA

Resumen:

Los enfoques de modelos y asistido por modelos han ampliado las posibilidades de utilización de información auxiliar permitiendo ostensibles mejoras en los planes de muestreo en poblaciones finitas.

Un tipo de información que resulta útil es aquella que, cuando las unidades se encuentran ubicadas en el espacio, refleja el parecido de los valores de la variable en estudio en aquellas unidades cercanas, es decir, cuando se presenta el fenómeno conocido como correlación espacial. Es usual describir el comportamiento de una variable en el espacio mediante los modelos de semivariograma, los que pueden incorporarse en la fase de estimación de valores poblacionales a partir de una muestra, esperando obtener mejoras en la precisión.

En el presente trabajo se realiza un estudio comparativo de los resultados que se obtienen al aplicar estimadores basados en modelos incorporando información de la variabilidad espacial, en la estimación del total de hogares con Necesidades Básicas Insatisfechas en la ciudad de Rosario a partir de una muestra de radios censales. Se presentan las mejoras que pueden lograrse al utilizar este enfoque, en comparación con los métodos tradicionales de simple expansión y razón en un muestreo aleatorio simple y para distintos tamaños de muestra.

Palabras claves: Enfoque basado en modelos, Variabilidad espacial, Muestreo en poblaciones finitas

Abstract:

Model-based and model-assisted approaches have expanded the possibilities of using auxiliary information allowing ostensible improvements in the sampling plans in finite populations.

One type of useful information is that which, when the units are located in space, reflects the similarity of the values of the variable under study in those nearby units, that is, when the phenomenon known as spatial correlation is presented. It is usual to describe the behavior of a variable in space by semivariogram models, which can be incorporated into the estimation stage of population values from a sample, hoping to obtain improvements in accuracy.

In this paper, a comparative study of the results obtained by applying model-based estimators incorporating information from the spatial variability, in the estimation of total households



with unsatisfied basic needs in the city of Rosario from a sample of radios census, is carried out. The improvements that can be achieved using this approach, in comparison with the traditional methods of simple expansion and ratio in simple random sample with different sample sizes, are presented.

Keywords: Model-based approach, Spatial variability, Sampling in finite populations

1-Introducción

En el muestreo en poblaciones finitas, se pueden utilizar diversos enfoques para la estimación de una característica de interés. El más utilizado, se conoce como basado en diseño. Las muestras se seleccionan según un procedimiento probabilístico, y la inferencia se basa en la distribución de los estimadores a emplear, la cual es generada a partir de todas las posibles muestras que se pueden extraer de un determinado tamaño.

Otro enfoque es el conocido como "basado en modelos", el cual considera a la población finita como una muestra de una población infinita o superpoblación, y a la muestra que se extrae, como una submuestra. Las inferencias se basan en el planteamiento de un modelo superpoblacional que puede tener en cuenta o no la correlación de las unidades. La estimación de sus parámetros se obtiene con los datos de la muestra y luego se predicen los valores poblacionales de interés. Considerando el modelo postulado, se estudian las propiedades de los predictores.

El enfoque asistido por modelos, integra los enfoques anteriores, en el sentido que deduce los estimadores para la población finita a partir del enfoque anterior, pero estudia las propiedades de los mismos a la luz de la distribución en el muestreo de los estimadores obtenidos con los datos de la muestra.

Cuando las unidades se encuentran ubicadas en el espacio puede encontrarse un agrupamiento de las mismas en cuanto a los valores de una variable de interés. Cuando esto sucede se dice que se está en presencia de correlación espacial. Este fenómeno suele caracterizarse mediante un modelo de semivariograma, lo que permite su incorporación en la fase de estimación, utilizando los enfoques basado y asistido por modelos.

En este trabajo se presenta un estudio comparativo en el que se evalúa el comportamiento de los estimadores de simple expansión y razón del enfoque de diseño y el predictor propuesto recurriendo al enfoque de modelos, que tiene en cuenta la variabilidad espacial representada mediante un modelo de semivariograma. La particularidad del presente estudio es que el comportamiento del predictor, según el enfoque de modelos, se evaluará mediante la distribución del mismo en el muestreo de la población finita. Las comparaciones se realizan a partir del Error Cuadrático Medio. Para aquellos predictores que incluyen información de la variabilidad espacial, se obtuvieron aproximaciones de dicha medida a partir de 10000 muestras dada la imposibilidad de hacerlo a través de todas las muestras posibles.

Para la realización del estudio comparativo, se considera la estimación del total de hogares con Necesidades Básicas Insatisfechas en la ciudad de Rosario, empleando muestreo aleatorio simple de radios censales, y con diversos tamaños de muestra.



2-METODOLOGÍA

En primer lugar, se hace una breve referencia al tratamiento de datos espaciales y a la forma de explicar su comportamiento mediante los modelos de semivariograma. Luego se presenta la forma de incorporar estos modelos en la fase de estimación y por último se describe el estudio comparativo que se realiza con la finalidad de mostrar la utilidad de la propuesta metodológica.

2.1 Modelización de datos espaciales

Un conjunto de mediciones u observaciones para las que se especifica su posición en el espacio y esta información es relevante, conforman un conjunto de *datos espaciales*.

Muchas disciplinas como la geología, la ecología, la agronomía, la geografía, entre otras, tienen como objeto de estudio fenómenos que se encuentran naturalmente distribuidos en el espacio, por lo tanto requieren de datos espaciales para su análisis.

La *Estadística Espacial* provee métodos y técnicas estadísticas específicas para el estudio de este tipo de datos, los que permiten realizar estudios descriptivos del comportamiento de una variable de interés con herramientas como el "box map" y el índice de Moran, utilizados en este trabajo. El modelamiento de la estructura de la correlación espacial presente en los datos puede realizarse mediante correlogramas o semivariogramas. Si en particular, los datos corresponden a una muestra, los modelos mencionados, una vez que han sido estimados, pueden explotarse para predecir el valor de la variable de interés en diferentes puntos del espacio.

Sea Y la variable de interés y sea y_i el valor observado en el punto de coordenadas geográficas s_i de la región S . La estructura de la correlación espacial se modela considerando a Y_i como una realización espacial de una variable aleatoria. Si el comportamiento de Y responde a un proceso estocástico $\{Y_i; s_i \in S \subset R^2\}$ estacionario de segundo orden, se verifica:

- $E(Y_i) = \mu$
- $Cov(Y_i; Y_{i'}) = E[(Y_i - \mu)(Y_{i'} - \mu)] = C(i, i') \quad \forall i, i' \in S.$

Esta última condición se puede expresar en términos del variograma en lugar del covariograma. La semivariancia se define en forma general como:

$$\gamma(i, i') = \frac{1}{2} \text{Var}(Y_i - Y_{i'}) \quad \forall i, i' \in S.$$

El gráfico de la semivariancia en función de la distancia que separa a las unidades se llama semivariograma. Dependiendo de la forma del semivariograma teórico, se distinguen algunos modelos, como ser modelo esférico, exponencial, gaussiano, potencial, efecto agujero o lineal.

2.2 Estimación de parámetros de una población finita a partir de una muestra aleatoria simple

Tradicionalmente, en el muestreo de poblaciones finitas se emplea el enfoque conocido como *de diseño*. Bajo este enfoque las muestras se seleccionan según un método probabilísti-



co definido y luego se estima el parámetro poblacional de interés desconocido, como pueden ser un total o un promedio. El comportamiento de los estimadores se evalúa considerando la distribución generada por todas las muestras posibles utilizando el Error Cuadrático Medio del estimador. Este enfoque considera pocos supuestos, motivo por el cual es seguro y útil para llevarlo a la práctica.

Como se hace usualmente, la referencia para las comparaciones será el estimador de simple expansión del total en muestreo aleatorio simple, el cual resulta insesgado, y en consecuencia, su Error Cuadrático Medio coincide con la variancia (Cochran, 1981).

El estimador del total es:

$$\hat{Y}_{se} = N \sum_{i=1}^n y_i$$

y su Error Cuadrático Medio:

$$ECM(\hat{Y}_{se}) = N^2 \frac{S_y^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)$$

siendo:

N: el total de unidades en la población,

n: tamaño de la muestra,

y_i : el i -ésimo valor de la variable en estudio Y,

S_y^2 : variancia de la variable Y en la población finita.

Otro estimador usual a considerar es el de razón, que si bien es sesgado, bajo ciertas condiciones puede resultar más preciso que el de simple expansión (Cochran, 1981).

El estimador de razón del total toma la forma:

$$\hat{Y}_r = rX = \frac{y}{x} X,$$

y su Error Cuadrático Medio aproximado:

$$ECM(\hat{Y}_r) = \frac{N^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right) (S_y^2 - 2RS_{xy} + R^2S_x^2).$$

dónde:

N: tamaño de la población,

n: tamaño de la muestra,

S_y^2 : variancia poblacional de la variable Y,

S_x^2 : variancia poblacional de la variable auxiliar X,

S_{xy}^2 : covariancia entre la variable X y la variable Y,

R: razón entre la variable Y y la variable X.

Un enfoque más reciente, conocido como *basado en modelos* o también llamado de predicción trata a la población finita de N unidades, como una muestra de una población infinita (superpoblación) cuyo comportamiento puede expresarse mediante un modelo estadístico.



La muestra, de n unidades, se considera una submuestra de la misma.

El conjunto de valores $\{Y_i; i = 1, 2, \dots, N\}$ se considera como un proceso estocástico, sobre el cual se especifican algunos supuestos sobre los momentos de primer y segundo orden.

$$1^\circ) E[Y_i] = \mu$$

$$2^\circ) Cov(Y_i, Y_{i'}) = C(i, i')$$

Pueden plantearse modelos superpoblaionales que tengan en cuenta o no la autocorrelación espacial para estimar los parámetros con los datos de la muestra y luego predecir los valores poblacionales de interés, cuyas propiedades se estudian según el modelo postulado.

A continuación se presentan definiciones necesarias para formalizar la propuesta del presente trabajo:

Y_N : es el vector de datos poblacional de la variable en estudio, de dimensión $N \times 1$.

Y_n : es el vector de datos observados de la variable en estudio para las unidades incluidas en la muestra, de dimensión $n \times 1$. Sin perder generalidad, se identifica a los valores de Y_n con los n primeros valores de Y_N .

Y_{N-n} : es el vector de datos poblacional de la variable en estudio para las unidades no incluidas en la muestra, de dimensión $(N - n) \times 1$.

$X_{N,p}$: matriz de datos para la población con una primera columna de unos y las restantes correspondientes a las $p - 1$ variables auxiliares, de dimensión $N \times p$.

$X_{n,p}$: matriz de datos observados con una primera columna de unos y las restantes correspondientes a las $p - 1$ variables auxiliares para las unidades incluidas en la muestra, de dimensión $n \times p$, correspondientes a las n primeras filas de $X_{N,p}$.

$X_{N-n,p}$: matriz de datos poblacional con una primera columna de unos y las restantes correspondientes a las $p - 1$ variables auxiliares para las unidades no incluidas en la muestra, de dimensión $(N - n) \times p$.

$V_{n,n}$: matriz de variancias y covariancias para las unidades incluidas en la muestra, de dimensión $n \times n$.

$V_{N-n,n}$: matriz de variancias y covariancias entre las $N - n$ unidades no incluidas en la muestra y las n incluidas, de dimensión $(N - n) \times n$.

El modelo lineal que se considera es:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1,i} + \beta_2 X_{2,i} + \beta_3 X_{3,i} + \dots + \beta_{p-1} X_{p-1,i} + \varepsilon_i$$

donde:

$$E(\varepsilon_i) = 0$$

$$Cov(\varepsilon_i; \varepsilon_{i'}) = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 & \text{si } i = i' \\ C(i, i') & \text{si } i \neq i' \end{cases}$$

$X_{1,i}, X_{2,i}, \dots, X_{p-1,i}$ son las $p-1$ variables auxiliares de la matriz $X_{n,p}$.



El predictor del total es:

$$\hat{Y} = 1'_n Y_n + 1'_{N-n} \hat{Y}_{N-n}$$

donde \hat{Y}_{N-n} se predice a través del modelo lineal antes descripto.

El Predictor Lineal Inssegado y Óptimo (PLIO) de Y_{N-n} :

$$\hat{Y}_{N-n} = X_{N-n,p} \hat{\beta}_p + V_{N-n,n} V_{n,n}^{-1} (Y_n - X_{n,p} \hat{\beta}_p),$$

donde, $\hat{\beta}_p = (X'_{n,p} V_{n,n}^{-1} X_{n,p})^{-1} (X'_{n,p} V_{n,n}^{-1} Y_n)$ y $\text{Var}(\hat{\beta}_p) = (X'_{n,p} V_{n,n}^{-1} X_{n,p})^{-1}$.

En consecuencia el PLIO de \hat{Y} es:

$$\hat{Y} = 1'_n Y_n + 1'_{N-n} [X_{N-n,p} \hat{\beta}_p + V_{N-n,n} V_{n,n}^{-1} (Y_n - X_{n,p} \hat{\beta}_p)] \quad (1)$$

El Error Cuadrático Medio de la predicción es:

$$ECM(\hat{Y}) = E(\hat{Y} - Y)^2 = 1'_{N-n} [(X_{N-n,p} - \Omega_{N-n,p}) \Omega_{p,p}^{-1} (X_{N-n,p} - \Omega_{N-n,p})' + (V_{N-n,N-n} - W_{N-n,N-n})] 1_{N-n} \quad (2)$$

donde,

$$\Omega_{N-n,p} = V_{N-n,n} V_{n,n}^{-1} X_{n,p},$$

$$\Omega_{p,p} = X'_{n,p} V_{n,n}^{-1} X_{n,p},$$

$$W_{N-n,N-n} = V_{N-n,n} V_{n,n}^{-1} V'_{N-n,n}.$$

Como se mencionó anteriormente, en el enfoque de diseño la inferencia se basa en la distribución de los estimadores a emplear, la cual es generada a partir de todas las posibles muestras que se pueden extraer de un determinado tamaño.

El enfoque de modelos utiliza información auxiliar y relaciona a esta con la variable de interés a través de un modelo superpoblacional. Si bien se trabaja con datos que provienen de una muestra probabilística, a la hora de estimar el parámetro considerado no se tiene en cuenta la manera en que estos fueron seleccionados y así, la inferencia como las propiedades de los estimadores depende estrechamente de los supuestos en los que se basa el modelo.

Ambos enfoques pueden complementarse y es así que surge el *enfoque asistido por modelos* en el cual el parámetro de interés se estima mediante la inferencia basada en modelos pero las propiedades del mismo son evaluadas según el enfoque de diseño.

Como se ha visto, las fórmulas para los Errores Cuadráticos Medios de los estimadores del total por simple expansión y razón son expresiones cerradas que pueden calcularse sin inconvenientes. Para los estimadores que emplean información de la variabilidad espacial, deberían tomarse todas las muestras posibles, calcular cada estimación y luego el Error Cuadrático Medio de acuerdo a su definición.



La información de la variabilidad espacial se incorpora en la matriz de variancias y covariancias $V_{n,n}$ del modelo de regresión superpoblacional supuesto a los datos, a través de la estimación del semivariograma.

En cuanto al modelo de semivariograma a utilizar, en la literatura considerada (Ambrosio, 2014; Iglesias Martínez, 2000) se propone la identificación y estimación del modelo de semivariograma a partir de un estudio piloto o estudio poblacional.

2.3 Planteo del estudio comparativo

Con la finalidad de evaluar el comportamiento del estimador propuesto utilizando la información de variabilidad espacial, se obtendrá el Error Cuadrático Medio del mismo para la estimación del total de hogares con Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI) en la ciudad de Rosario, a partir de una muestra de radios censales y se obtiene la eficiencia relativa con respecto a los estimadores de simple expansión y de razón, para los tamaños de muestra 50, 75, 100, 125, 150 y 200. Cabe aclarar que en el caso del estimador de razón, se emplea como variable auxiliar el total de hogares en cada radio censal. Para los estimadores conocidos, ya se presentaron las expresiones correspondientes al Error Cuadrático Medio, y para el estimador propuesto se debería calcular a través de todas las muestras posibles, lo que no era viable; en su lugar, se extraen 10000 muestras y con ellas se obtiene una aproximación a dicha cantidad.

3-ESTUDIO COMPARATIVO

En los censos de Población, Hogares y Viviendas que realiza el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC), la ciudad es dividida en fracciones censales, las cuales a su vez se particionan en radios censales, de acuerdo a la cantidad de viviendas que poseen. Para el censo del 2001 la ciudad de Rosario se dividió en 894 radios censales sobre los cuales se midió, además de otras cuestiones, el total de hogares y el total de hogares con Necesidades Básicas Insatisfechas.

Los hogares con NBI son aquellos que presentan al menos una de las siguientes características:

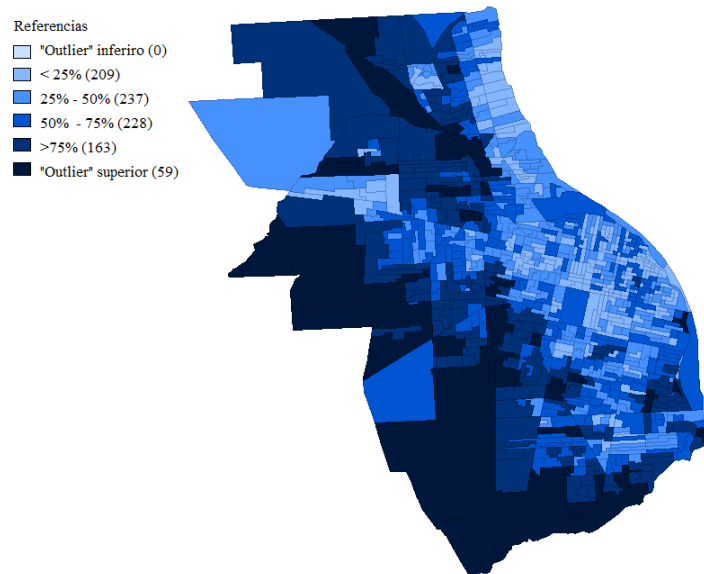
- Hogares que viven en habitaciones de inquilinato, hotel o pensión, viviendas no destinadas a fines habitacionales, viviendas precarias y otro tipo de vivienda. Se excluye a las viviendas tipo casa, departamento y rancho.
- Hogares que no poseen retrete.
- Hogares en los que hay más de tres personas por cuarto (hacinamiento crítico).
- Hogares que tienen al menos un niño en edad escolar (6 a 12 años) que no asiste a la escuela.
- Hogares que tienen cuatro o más personas por miembro ocupado y tienen un jefe que no ha completado el tercer grado de escolaridad primaria.

En una primera instancia, para describir la variabilidad presente en los datos para la variable



número de hogares con NBI, se recurre al análisis exploratorio de datos espaciales. El "box map" muestra la distribución espacial del número de hogares con NBI de acuerdo a los radios censales de la ciudad (a partir de los cuartiles de la variable).

Gráfico 1. "Box map" para el número de hogares con NBI por radio censal



En el gráfico se observa que la zona centro de la ciudad y un sector de la zona norte poseen los radios censales con menores cantidades de hogares con NBI (celeste más claro), mientras que en la periferia se encuentran los radios que presentan valores más altos de la variable (azul oscuro).

Para verificar esta correlación espacial, se recurre al índice global de Moran, cuyo valor resulta igual a 0,42 ($p < 0,001$), mostrando existencia de autocorrelación espacial moderada y positiva significativa y por lo tanto se concluye que el número de hogares con NBI en la ciudad de Rosario no ocurre aleatoriamente.

La variabilidad espacial puede modelarse a través de un modelo de semivariograma. El modelo seleccionado resulta ser el conocido como exponencial, cuya expresión analítica es:

$$\gamma_{exp}(h) = c_n + c_0 \left[1 - \exp\left(\frac{-h}{a_0}\right) \right] \quad h > 0$$

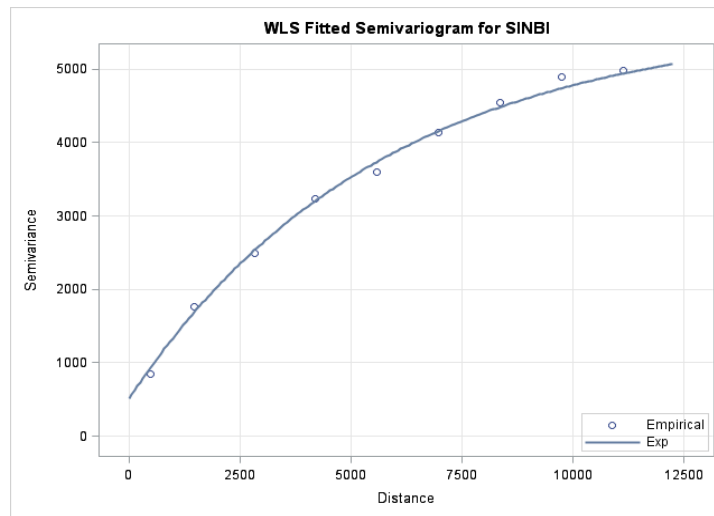
y su estimación para el total de hogares con NBI resulta:

$$\hat{\gamma}_{exp}(h) = 515,78 + 5150,60 \left[1 - \exp\left(\frac{-h}{5684,24}\right) \right] \quad h > 0.$$

En el siguiente gráfico se presenta el semivariograma ajustado para la variable número de hogares con NBI.



Grafico 2. Semivariograma empírico y ajustado para el número de hogares con NBI, a partir de la totalidad de radios censales.



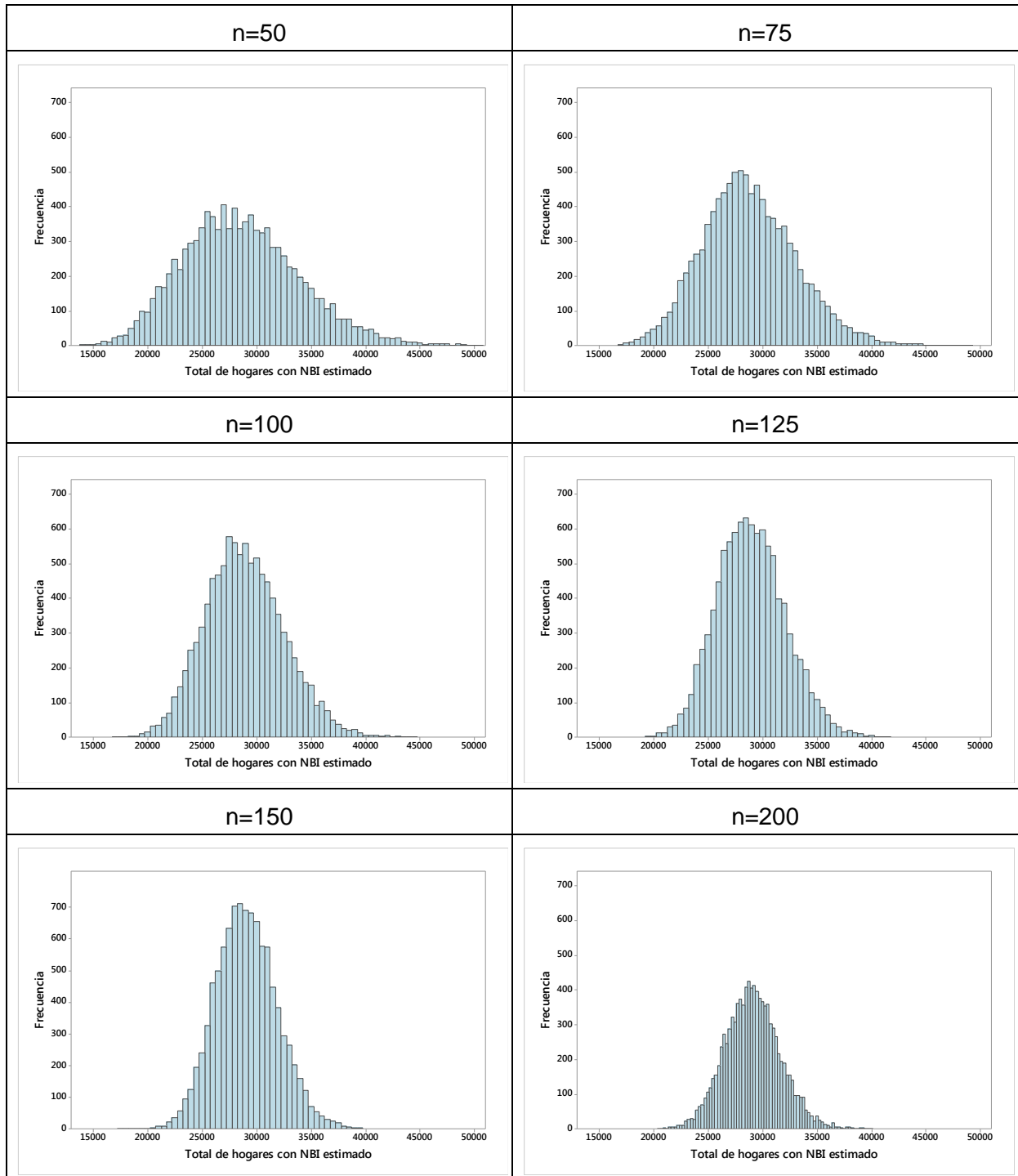
Como fuera mencionado, se compara la propuesta presentada con los estimadores usuales de simple expansión y razón, mediante el Error Cuadrático Medio.

Para el estimador propuesto, dicha medida de medida de precisión debería calcularse obteniendo el estimador para cada una de las muestras posibles, por ejemplo para las $\binom{894}{150}$ que pueden extraerse con tamaño 150. Esta tarea requiere de importantes tiempos de computación, por lo que se decidió aproximar el Error Cuadrático Medio a partir de 10000 muestras aleatorias simples e independientes.

A continuación se presenta un análisis descriptivo realizado a partir de las predicciones del total obtenidas y luego se muestran las eficiencias relativas calculadas para evaluar la eficiencia de los distintos enfoques propuestos. El Gráfico 3 contiene los histogramas de frecuencia para la variable total de hogares con NBI estimado, para cada uno de los tamaños de muestra seleccionados. Se puede observar que la distribución de dichas estimaciones, para los tamaños de muestra menores a 100, es más dispersa y levemente asimétrica, mientras que para el resto de los tamaños muestrales los valores estimados del total presentan menor dispersión y su distribución es aproximadamente simétrica.



Grafico 3. Histogramas de frecuencia para la predicción del total de hogares con NBI teniendo en cuenta los diversos tamaños de muestra



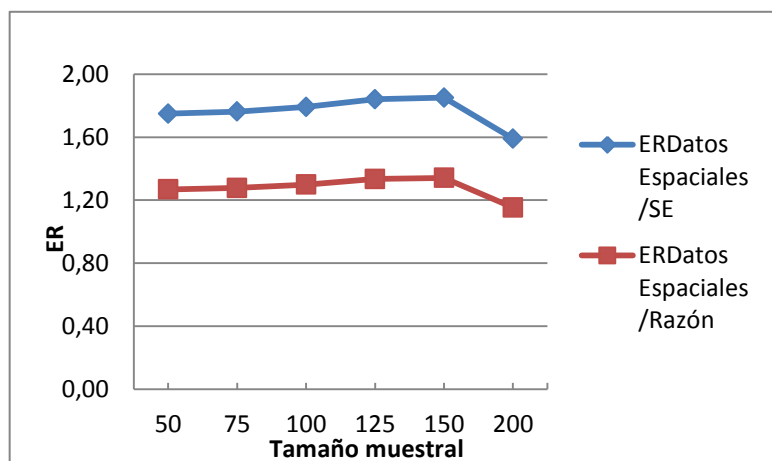
La siguiente tabla, resume los resultados obtenidos en el cálculo de las eficiencias relativas.



Tabla 1. Eficiencia relativa del estimador con datos espaciales con respecto a los estimadores de simple expansión y de razón para los diferentes tamaños de muestra.

Tamaño muestral	Eficiencias Relativas (ER)	
	$ECM(\hat{Y}_{se}) / ECM(\hat{Y}_{espacial})$	$ECM(\hat{Y}_r) / ECM(\hat{Y}_{espacial})$
50	1,749	1,268
75	1,763	1,278
100	1,792	1,299
125	1,841	1,334
150	1,851	1,342
200	1,591	1,153

Gráfico 4: Eficiencia relativa del estimador con datos espaciales con respecto a los estimadores de simple expansión y de razón para los diferentes tamaños de muestra.



La incorporación de variabilidad espacial provocó una mejora en la precisión de las estimaciones que se ve reflejada en los valores de las eficiencias relativas en comparación con el estimador de simple expansión y de razón, lo que se observa para todos los tamaños muestrales.

Se observa que para el estimador que incorpora la variabilidad espacial, la eficiencia relativa con respecto al estimador de simple expansión, resulta aproximadamente igual a dos para todos los tamaños muestrales considerados. Además se detecta que al utilizar el estimador de razón, que tiene en cuenta como variable auxiliar al total de hogares por radio censal, los estimadores que utilizan la variabilidad espacial también son más eficientes, pero la ganancia en precisión, es aproximadamente el 30%, para casi todos los tamaños muestrales considerados.

4-CONSIDERACIONES FINALES

En el presente trabajo se ha considerado una nueva propuesta para el estimador del total de una población finita, en el caso de tratarse de datos espaciales, recurriendo al enfoque de



predicción. Se evaluó el comportamiento del estimador, para el caso particular de la estimación del total de hogares con Necesidades Básicas Insatisfechas en la ciudad de Rosario a partir de una muestra aleatoria simple de radios censales, aprovechando que estos datos se conocen para toda la población.

De las comparaciones realizadas con los métodos usuales de estimación: de simple expansión y de razón, se encuentra que el uso de información espacial permitió mejorar la precisión de las estimaciones.

Para avanzar en la comprobación de las mejoras posibles de obtener, se deberán realizar estudios comparativos similares para otras poblaciones y con diferentes alternativas para la estimación de los modelos de semivariograma.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ambrosio Flores, L. (1999). Muestreo. Monografías de Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomo, 156, Universidad Politécnica de Madrid. España.
- Ambrosio Flores, L. (2000). Estadística Espacial. Monografías de Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomo, 157, Universidad Politécnica de Madrid. España.
- Ambrosio L. (2006). "Estimación del total con datos de conteo sobredispersos y espaciotemporalmente correlacionados: una aproximación basada en la predicción". Curso de las Jornadas Internacionales de Estadística.
- Ambrosio Flores, L.; Marín, C.; Iglesias, L.; Pascual, V.; Fuertes, A.; Mena, M.A. (2009). Agricultural and environmental information systems: the integrating role of area samples. Spanish Journal of Agricultural Research, pp. 957-973.
- Borra V. L.; Pagura, J. A. (2013). Estimación del total de hogares con necesidades básicas insatisfechas en la ciudad de Rosario utilizando modelos de semivariograma. Decimioctavas Jornadas "Investigaciones en la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística", Noviembre de 2013. Rosario.
- Borra V. L.; Pagura, J. A. (2014). Alternativas en la elección del semivariograma a emplear en la estimación de totales a partir de muestras con datos espacialmente correlacionados. Decimonovenas Jornadas "Investigaciones en la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística", Noviembre de 2014. Rosario.
- Chambers R. L.; Clark R. G. (2012). An Introduction to Model-Based Survey Sampling with Applications. Oxford University Press Inc., New York.
- Cochran, W. G. (1981). Técnicas de Muestreo. Compañía Editora Continental.
- Cressie, N. A. C. (1993). Statistics for Spatial Data. Wiley. New York.
- Iglesias Martínez, L. (2000). Tesis Doctoral: Muestreo de áreas: Diseño de muestras y estimación en pequeñas áreas. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos. Universidad Politécnica de Madrid. España.
- SAS/STAT 9.3 User's Guide: The VARIOGRAM Procedure (Charter) (2011). SAS Institute Inc., Cart. N.C, USA.
- Thompson S. K. (2012) Sampling. John Wiley & Sons Inc.
- Wang, J-F.; Stein, A.; Gao, B-B; Ge, Y. (2012). A review of Spatial Sampling. Spatial Statistics.