



Elda Gallese

Nora Lac Prugent

Norberto Martín (Jefe de colaboradores)

Julián Crucella (Colaborador)

María Eugenia Fernández de Luco (Colaborador)

Nicolás Renzi (Colaborador)

Instituto de Investigaciones Económicas, de la Escuela de Economía y

Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Rosario

POBLACIÓN TOTAL Y MERCADO LABORAL¹

1. INTRODUCCIÓN

La población, en condiciones más o menos normales, está en estrecha relación con las líneas de desarrollo de muchas actividades, tanto de servicios como productivas, existentes en las distintas regiones que se consideren. Su estudio puede ser útil para hallar estimaciones de la evolución de muchas actividades económicas que resultarán imprescindibles a la hora de hacer ajustes intercensales y proyecciones.

Las dudas relacionadas con la confiabilidad de las estadísticas oficiales sobre la mano de obra disponible han suscitado incesantes debates los últimos años. Las estadísticas más conflictivas son aquellas relacionadas con la estimación de la "cantidad" de personas desocupada. Al respecto este trabajo considerará una digresión relacionada con la búsqueda de modelos adecuados para la estimación de la población total, ejemplificada en el desarrollo numérico de la población de Rosario.

La propuesta de Gallese-Lac Prugent, que vienen desarrollando desde 1980 tiene su motivación en la necesidad que existe de recomponer las series de datos referentes al mercado laboral en algunas áreas nacionales. El conocimiento de la dinámica de la población total contribuye positivamente, entre otras cosas, a la recomposición de series tales como "total de personas activas", "total de personas inactivas", "total de personas desocupadas" y otras, que en términos de tasas se estiman por medio de la Encuesta Permanente de Hogares (EPH). Seguramente una re-estimación intercensal de la "población total" para los distintos aglomerados, contribuiría a concretar la tarea de reajuste de estas series en término de valores totales, ya que todas ellas se definen como un subconjunto de la población total, como veremos en la sección 2.

La aplicación de modelos, al igual que cualquier otro trabajo de pronóstico, incluye un nivel de aproximación a un entorno en el cual variables de difícil control hacen aconsejable su actualización, máxime en temas condicionados por situaciones derivadas de la evolución socioeconómica como es el caso de Argentina y el Aglomerado Gran Rosario.

El presente trabajo muestra algunos resultados de la estimación y posterior proyección de la población de la ciudad de Rosario apoyado en la propuesta metodológica de Gallese-Lac Prugent (2003) con algunas variantes. Las diferencias sustanciales con los trabajos

¹ Este trabajo se realiza en el marco del proyecto de investigación "Análisis exploratorio y confirmatorio del mercado laboral" que dirige la profesora Nora Lac Prugent.



anteriores están orientadas a elevar la confiabilidad de las proyecciones. Para ello se recurre a la función logística con dos parámetros (en los trabajos anteriores la proyección estaba montada sobre una logística con tres parámetros) y la incorporación del nuevo dato censal del año 2001, lo que produce un aumento de dos grados de libertad redundando en un mayor nivel de precisión de las estimaciones.

Los objetivos del trabajo y la hipótesis sobre el modelo dinámico que describe el crecimiento numérico de la población de Rosario se exponen en la sección 3.

La fase exploratoria se desarrolla en el apartado 4.1 y la confirmatoria en el 4.2. Se incorpora en el Anexo 1 los lineamientos que guían el ajuste de funciones no lineales.

Las proyecciones para el período 2005-2010 se realizan con dos métodos diferentes. Uno el aconsejado por Leach (1981) y el otro utilizando el método Montecarlo y se exponen en la quinta sección.

En la sección seis se hará una breve referencia a la dinámica de la población de Rosario y en la siete algunas reflexiones a modo de conclusión.

2. ¿CÓMO SE MIDE EL DESEMPLEO EN LA REPÚBLICA ARGENTINA?

La EPH se llevaba a cabo en todo el país dos veces al año². Las mediciones que realiza la EPH están centradas en mercados de trabajo urbanos; por lo tanto las muestras utilizadas no proporcionan resultados expandibles a toda la población del país. Las áreas geográficas que abarcan son los aglomerados y los momentos de relevamiento son las ondas. El Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC) es el organismo responsable de llevar a cabo esta encuesta desde 1974.

Para comprender mejor la importancia que conlleva contar con modelos más apropiados para estimar las series referidas al mercado laboral, presentaremos un breve resumen de la publicación del Instituto Nacional de Estadística y Censos (1997).

Medir la dinámica laboral en Argentina significa entre otras cosas monitorear la estructura del mercado de trabajo, profundizar sobre el perfil de ocupados y desocupados, y ampliar el marco de perspectivas posibles para diagnosticar sobre variados aspectos de nuestra economía y sociedad.

Para la provisión regular de esos datos se recurre a encuestas por muestreo; en nuestro país, la EPH. En una muestra, la selección de las viviendas a encuestar se hace utilizando métodos de muestreo con bases firmes en la teoría estadística y en la de probabilidades.

	B u s c a T r a b a j o	N o b u s c a T r a b a j o
T r a b a j a	O C U P A D O	O C U P A D O
N o T a b a j a	D E S O C U P A D O	I N A C T I V O

Tabla 1: Clasificación básica de condición de actividad

² En la actualidad esta periodicidad se ha modificado.



Las tasas de actividad, empleo y desocupación, así como toda la información que surge de esta encuesta, son estimaciones confiables de los valores reales que se desea conocer.

¿Cuáles son los conceptos básicos de Empleo y Desempleo?

La conceptualización de la encuesta se ajusta a las recomendaciones internacionales existentes en este campo, particularmente las establecidas por la última Conferencia de Estadígrafos del Trabajo de la Organización Internacional del Trabajo (OIT).

Los criterios clasificatorios básicos para determinar la condición de actividad son: tenencia de trabajo y búsqueda de trabajo como se ilustra en la Tabla 1.

En consecuencia:

Las personas que trabajan están *ocupadas*

Las personas que no tienen trabajo pero lo buscan activamente están *desocupadas*

Las personas que no tienen trabajo ni lo buscan activamente están *inactivas*

Principales definiciones de la encuesta

Dada la cantidad de definiciones establecidas en el programa, se transcriben a continuación sólo las de uso más frecuente.

Población Económicamente Activa (PEA): conjunto de personas que tiene una ocupación o que sin tenerla la busca activamente. Está compuesta por la población ocupada más la desocupada.

Población Ocupada: conjunto de personas que tiene por lo menos una ocupación. Operacionalmente se delimita como tal a la población que, en un tiempo específico denominado semana de referencia, ha trabajado por lo menos una hora en forma remunerada, o 15 horas o más sin remuneración.

Población Desocupada: conjunto de personas que, sin tener ningún trabajo, buscaron uno en forma activa en la semana de referencia. Corresponde al concepto de Desocupación Abierta.

Población Inactiva: conjunto de personas que no tienen trabajo ni lo buscan activamente.

Tasa de actividad: se calcula como porcentaje entre la población económicamente activa y la **población total** (puede recalcularse según distintos límites de edad).

Tasa de empleo: se calcula como porcentaje entre la población ocupada y la **población total**.

Tasa de desocupación: se calcula como porcentaje entre la población desocupada y la población económicamente activa.

Como puede fácilmente observarse todas las tasas, ya sea en forma directa o por encadenamiento son proporciones de la población total. En los períodos intercensales resulta muy importante tener buenas proyecciones de la población total a la hora de querer estimar los totales de ocupados, desocupados, inactivos etc.



Novenas Jornadas "Investigaciones en la Facultad" de Ciencias Económicas y Estadística.

noviembre de 2004



3. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS

3.1 OBJETIVOS

Acorde a la motivación expuesta en la sección 2, el objetivo principal de esta presentación es el de *brindar la base de un método de re-estimación de series tales como "total de personas activas", "total de personas inactivas", "total de personas desocupadas" y otras derivadas de la EPH, siendo todas ellas una proporción de la "población total"*.

Como "caso" ejemplificador se considera como objetivo central, en este trabajo, *ajustar la ley del crecimiento numérico de la población de la ciudad de Rosario y evaluar el nivel de confiabilidad como sustento para futuras re-estimaciones y proyecciones.*

A partir del conocimiento de esta ley se considera oportuno realizar la proyección de la población para el período 2005-2010.

3.2 HIPÓTESIS

Siguiendo la línea investigativa de Gallese-Lac Prugent (2003) se propone la siguiente hipótesis central:

El crecimiento de la población por año es proporcional a la población y tiene un freno, generado por el propio crecimiento, proporcional al cuadrado de la población.

En términos de modelos dinámicos, esta hipótesis conjetura que la población de la ciudad de Rosario a través del tiempo asume valores que responde a la Función Logística. En esta investigación se adopta la logística parametrizada de la siguiente manera³:

$$Y(t) = \frac{k}{1 + \left(\frac{k}{Y_0} - 1\right) e^{-t/\alpha}}$$

Donde $Y(t)$ es la variable que representa el valor de la población en el tiempo t , el parámetro k refleja la asíntota máxima o punto de saturación (el valor máximo al que puede acercarse el valor poblacional), el parámetro α indica la inversa de la tasa de crecimiento vegetativo e Y_0 es el valor numérico de la población en el tiempo inicial de observación.

4. MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se desarrolla en el marco de una concepción teórica basada en el proceso iterativo de la modelización que implica la aplicación de una fase exploratoria de los datos y de otra confirmatoria.

Se parte de una IDEA directriz: alcanzar el objetivo mediante el descubrimiento de la ecuación diferencial que mejor represente el crecimiento numérico de la población.

El conocimiento previo sobre el tema, la teoría y la práctica orientan el camino tanto en la fase exploratoria como en la confirmatoria.

En este sentido la teoría, experiencia y la práctica orientan la investigación sobre la dinámica de la población de Rosario a favor de la conjetura logística. Algunos antecedentes se pueden encontrar en Gallese y Lac Prugent (1980) y en Gallese y otros (1992). Para la

³ Ver Leach 1981

puesta en marcha se cuenta con datos censales suministrados por el INDEC presentados en la Tabla 2. Las técnicas utilizadas que responden a este método son el análisis exploratorio de datos (EDA) en el contexto de los modelos dinámicos (MD), el análisis de regresión (AR) y el ajuste de funciones no lineales (AFNL). En la Figura 1 se esquematizan las distintas fases del mencionado método

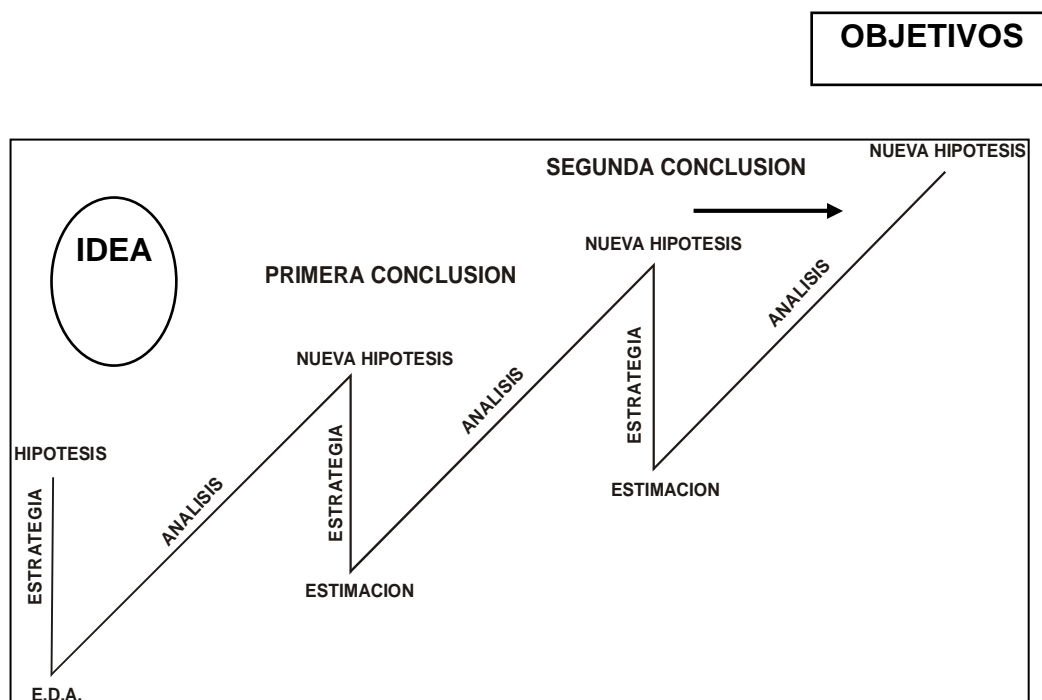


Figura 1: El proceso iterativo de la modelización

La conjetura logística, emergente de la Teoría matemática de la población, orienta el camino tanto en la fase exploratoria como en la confirmatoria.

4.1 Fase exploratoria

Primera conjetura

Una condición necesaria para la existencia de la función logística es que:

en tres datos equiespaciados se verifique que la población central es mayor que la media geométrica de las poblaciones extremas.

En los censos de población de Argentina se cuenta con dos grupos de tres datos equiespaciados. Estos son los relevados en los años 1914, 1947 y 1980 con una diferencia temporal de 33 años entre cada uno de ellos y los de 1960, 1970 y 1980 con un espaciamiento de 10 años. Realizando los cálculos para la población de Rosario, resulta:

$$467.937 > \sqrt{222.592 \times 794.127} = 420.894 \Rightarrow Y_{1947} > \sqrt{Y_{1914} \times Y_{1980}}$$

$$698.684 > \sqrt{591.428 \times 794.127} = 685.324 \Rightarrow Y_{1970} > \sqrt{Y_{1960} \times Y_{1980}}$$



Primera aproximación a la logística:

$$Y_t > \sqrt{Y_{t-\Delta t} \times Y_{t+\Delta t}}$$

Estos resultados no se contradicen con la hipótesis, todo lo contrario. Aportan evidencias a favor de la conjetura logística.

Segunda conjetura

Sobre la base de la observación de que la tasa intercensal decrece a medida que aumenta la población⁴, se apunta a explorar otra condición necesaria para la existencia de la función logística. Esta condición se sintetiza en la siguiente hipótesis:

el incremento anual de la población por cada mil habitantes es una función lineal decreciente de la población.

Se sigue la estrategia de aplicar el análisis de regresión lineal a los datos de la Tabla 2, regresando el "incremento anual por cada mil habitantes" en función de la "cantidad de habitantes", por medio de

$$\frac{Y_t - Y_{t-\Delta t}}{\Delta t \times \frac{Y_t + Y_{t-\Delta t}}{2}} \times 1000 = \varepsilon - \omega \frac{Y_t + Y_{t-\Delta t}}{2} + \mu_t$$

A ñ o (t)	P o b l a c i ó n Y (t)	T a s a i n t e r c e n s a l (0 / 0 0)	(d Y / d t) / Y (0 / 0 0)
1 8 6 9	2 3 1 6 9		
1 8 9 5	9 2 7 1 7	5 4 , 7 8 4 0	4 6 , 1 6 4 7
1 9 1 4	2 2 2 5 9 2	4 7 , 1 7 3 0	4 3 , 3 5 7 6
1 9 4 7	4 6 7 9 3 7	2 2 , 7 7 0 3	2 1 , 5 3 3 3
1 9 6 0	5 9 1 4 2 8	1 8 , 1 7 9 1	1 7 , 9 3 4 0
1 9 7 0	6 9 8 6 8 4	1 6 , 8 0 5 5	1 6 , 6 2 7 4
1 9 8 0	7 9 4 1 2 7	1 2 , 8 8 6 8	1 2 , 7 8 7 0
1 9 9 1	9 0 7 7 1 8	1 2 , 2 2 7 8	1 2 , 1 3 5 6
2 0 0 1	9 0 9 3 9 7	0 , 1 8 4 8	0 , 1 8 4 8

Fuentes⁵: Anuario estadístico de la ciudad de Rosario 1954-1955 del año 1958. Pág. 5.- Censo Nacional de Población 1960. tomo IV. Pág. 263.- Censo de Población y vivienda. Por localidad. Resultados definitivos. Serie G N°1. Censo 91. INDEC Pag 117.

Tabla 2: Datos censales de la población de la ciudad de Rosario.

⁴ Tercera columna de la Tabla 2.

⁵ <http://santafe.gov.ar/gobernacion/ipec/cnp01a/cua31084.xls> (15/10/04)



El análisis de regresión arroja los siguientes resultados:

Coefficiente de determinación: $R^2 = 0.908$

Coefficiente de correlación lineal: $r = -0.95$

p-value de la regresión global: $p-v = 0.00025$

p-value del coeficiente de regresión (ω): $p-v = 0.00025$

p-value del intercepto (ε): $p-v < 0.00025$

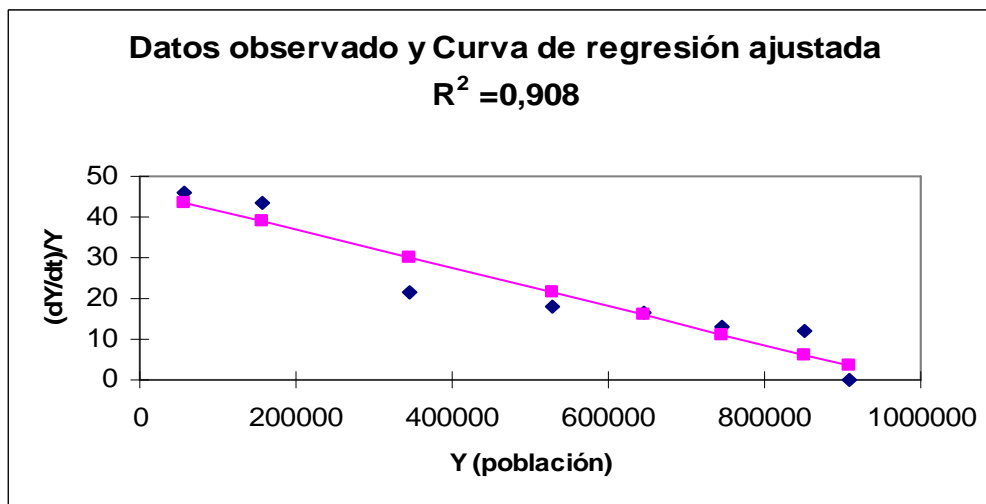
Los p-value bajísimos y el coeficiente de correlación negativo son evidencias a favor de "sustentar" la hipótesis formulada. La recta ajustada de pendiente negativa puede visualizarse en el Gráfico 1.

Segunda aproximación a la logística:

$$\frac{Y_t - Y_{t-\Delta t}}{\Delta t \times \frac{Y_t + Y_{t-\Delta t}}{2}} \times 1000 = \varepsilon - \omega \frac{Y_t + Y_{t-\Delta t}}{2}$$

Este análisis aporta evidencia a favor de la hipótesis de que el movimiento pendular es el que sostiene a la curva que describe el crecimiento numérico de la población de Rosario.

Gráfico 1. Curva de regresión ajustada.



Las evidencias obtenidas en la fase exploratoria induce a ingresar en la fase confirmatoria mediante la formulación de la hipótesis logística.



4.2 Fase confirmatoria

Con la evidencia de los resultados obtenidos en la fase exploratoria se ingresa en la fase confirmatoria formulado la siguiente hipótesis.

Hipótesis central:

El crecimiento numérico de la Población de Rosario responde al modelo logístico.

Formalmente la hipótesis nula es:

H₀:

$$Y(t) = \frac{k}{1 + \left(\frac{k}{Y_0} - 1\right) e^{-t/\alpha}}$$

En contra de la hipótesis alternativa:

H₁ :

$$Y(t) \neq \frac{k}{1 + \left(\frac{k}{Y_0} - 1\right) e^{-t/\alpha}}$$

Estrategia. Se sigue la estrategia de aplicar el análisis de regresión no lineal⁶ a los datos de la Tabla 2, regresando la "Población" en función del "Tiempo", por medio de:

$$Y(t) = \frac{k}{1 + \left(\frac{k}{Y_0} - 1\right) e^{-t/\alpha}} + \mu_t .$$

Censos desde 1869 hasta	n	k	σ(k)	α	σ(α)	R ²	√CME
1970	6	826874	77706,682	19,94	1,1152	0,992	28251,09
1980	7	930624	68970,949	21,03	0,8885	0,992	29739,83
1991	8	1031508	61959,664	21,98	0,7468	0,992	32703,76
2001	9	1010707	39500,045	21,78	0,5959	0,993	30784,99

Tabla 3. Estimación y precisión de la función logística

Estimación y análisis. Los altos valores de los coeficientes de determinación de la Tabla 3, indican que no hay evidencia suficiente para rechazar este modelo como el apropiado para describir el crecimiento numérico de la población de la ciudad de Rosario.

⁶ Ver Apéndice 1 para el método de estimación utilizado



Conclusión:

$$Y(t) = \frac{k}{1 + \left(\frac{k}{Y_0} - 1\right) e^{-t/\alpha}}$$

Por lo tanto se sostiene que el modelo propuesto en la hipótesis nula es un modelo adecuado para describir la evolución numérica de la población de Rosario

El ajuste de la función logística, con los datos de la Tabla 2, por el método de ajuste de funciones no lineales, arroja coeficientes de determinación mayores a $R^2 = 0.99$ en todos los períodos considerados según puede apreciarse en la Tabla 3.

Se puede decir que en Rosario todo pasa como si "el crecimiento numérico de la población, siguiese una ley representada por la función logística", apoyando la hipótesis formulada. Siguiendo a Leach (1981) se puede decir que "pareciera que la población de Rosario ha mantenido un vínculo estrecho entre nacimientos defunciones y migraciones".

5. AJUSTE Y PROYECCIÓN

Dada la escasez de datos se realizó la estimación y proyección de la población de Rosario con dos métodos diferentes.

Censos desde 1869 hasta	n	k	α	R^2	\sqrt{CME}	Proyección 2005	Proyección 2010	
1970	6	826874	19,94	0,992	28251,09	796747,263	803238,747	Inferior
1980	7	930624	21,03	0,992	29739,83	877257,896	888034,333	
1991	8	1031508	21,98	0,992	32703,76	946733,296	962830,545	Superior
2001	9	1010707	21,78	0,993	30784,99	933439,607	948309,869	

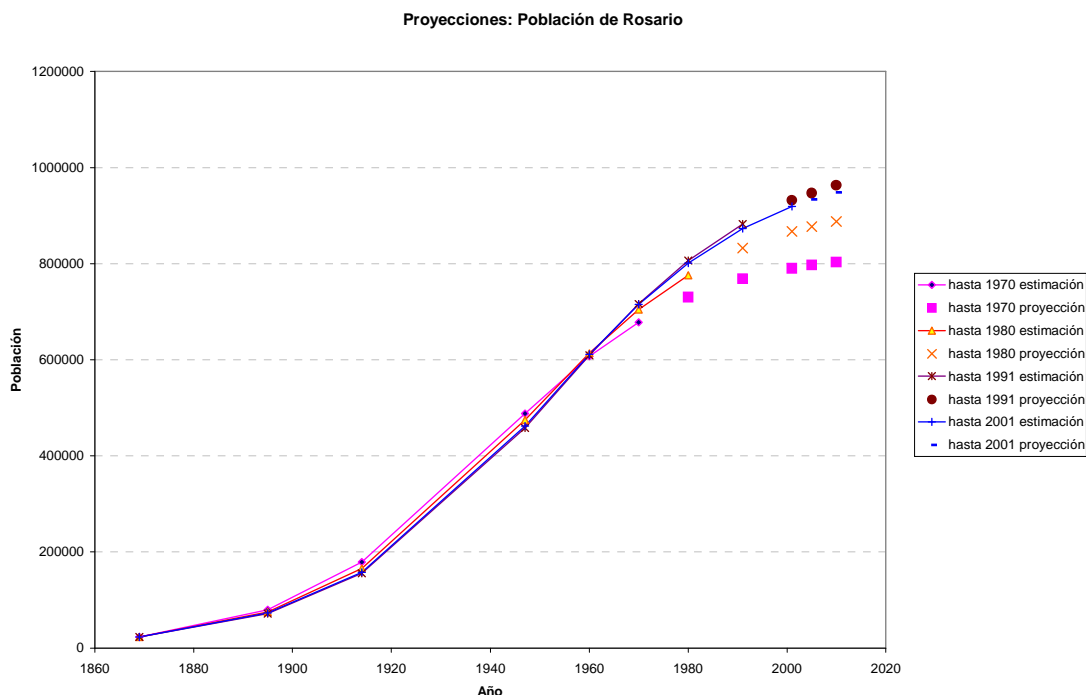
Fuente: elaboración propia con datos de la Tabla 2

Tabla 4: Estimación y Proyección de la población de Rosario por AFNL

En el primer caso se sigue la línea de Leach (1981). La primera proyección se realiza a partir de los primeros seis datos, la segunda a partir de los primeros siete datos, la tercera a partir de los primeros ocho datos y la cuarta a partir de los nueve datos censales relevados. Las cuatro proyecciones se visualizan en la Tabla 4 y el Gráfico 2. Las proyecciones para los años 2005 y 2010 van acompañadas por la estimación de los parámetros y sus precisiones. En la Tabla 4 se seleccionaron los períodos que arrojaron el mayor y el menor valor en las proyecciones. Las proyecciones puntuales dan un valor mínimo de 803.239 y un máximo de 962.831 habitantes para el año 2010.



Gráfico 2. Proyecciones puntuales de la Población de Rosario. Años 2005 y 2010



Fuente: elaboración propia con datos de la Tabla 2

Proyección 2005	Proyección 2006	Proyección 2007	Proyección 2008	Proyección 2010	
838065	844043	845719	846819	855064	Inferior
933440	936653	939743	942713	948310	Medio
1028814	1029262	1033766	1038607	1041556	Superior

Fuente: elaboración propia con datos de la Tabla 2

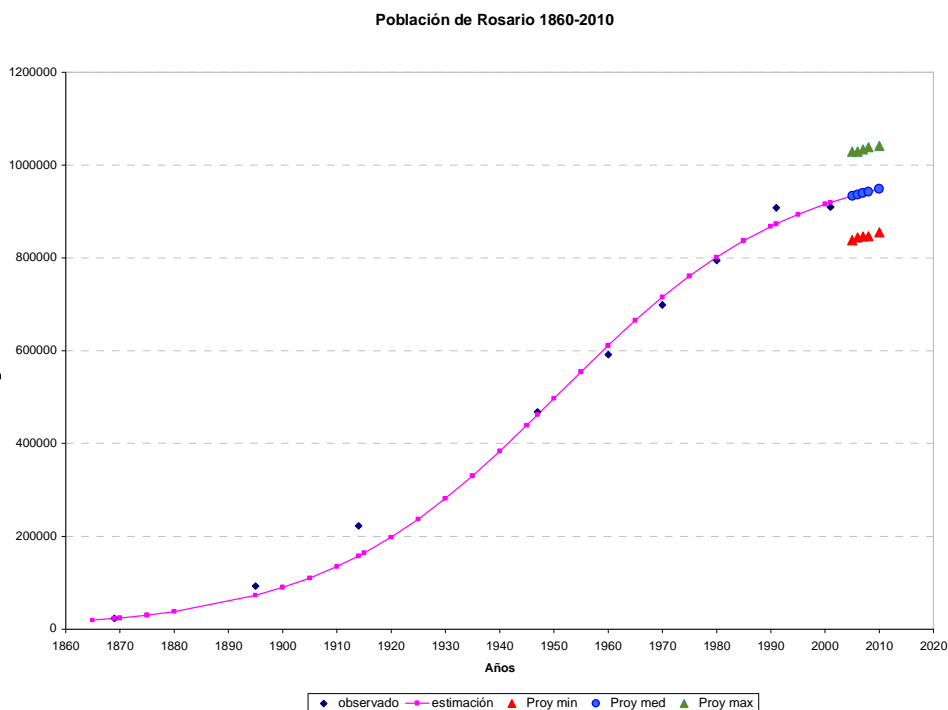
Tabla 5. Proyección de la población de Rosario por el método Montecarlo

La segunda proyección se realizó a partir de la función logística, ajustada por el AFNL a partir de los nueve datos censales disponibles de la Tabla 2. La estimación de los parámetros y la bondad del ajustamiento se pueden observar en la última línea de la Tabla 3.

Los intervalos de confianza se estimaron por simulación mediante el método Montecarlo. con una confianza del 95%.



Gráfico 3. Proyecciones de la Población de Rosario. Media, mínima y máxima. (2005-2010)



Fuente: Elaboración propia con datos de la Tabla 2

La Tabla 5 y el Gráfico 3 muestran las proyecciones para los años 2005, 2006, 2007, 2008 y 2010. Las proyecciones para el año 2010 dan 855.064 habitantes para el extremo inferior del intervalo y 1.041.556 habitantes para el superior.

Todo parece indicar que, si la ciudad de Rosario mantiene esta dinámica poblacional a lo largo del período 2001-2010, el número de habitantes en el año 2010 debería estar entre los 855.000 y 1.040.000 habitantes.

6. DINÁMICA DE LA POBLACIÓN DE LA CIUDAD DE ROSARIO

El análisis dinámico del crecimiento de la población, sobre la base de los valores numéricos de los nueve censos de población, de la ciudad de Rosario, presenta en su tendencia, tres etapas bien diferenciadas que responden a una única ley matemática.

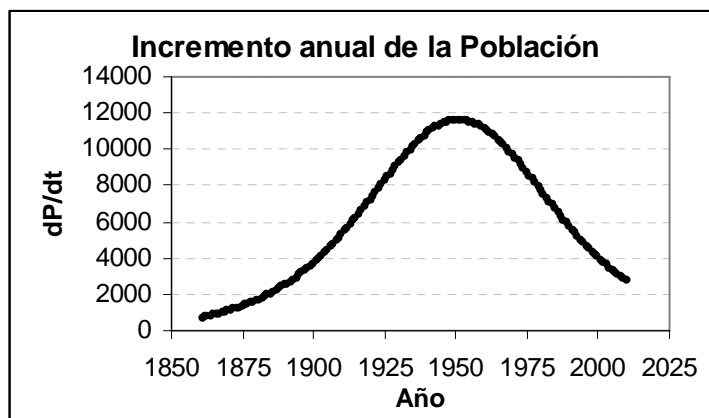
La primera etapa que dura hasta 1924, revela un impulso inicial con movimiento acelerado. La población crece y el incremento por año crece a ritmo creciente, como puede apreciarse en el Gráfico 4.

Sigue una etapa que va hasta los años 50 cuando la población sigue en aumento pero con un movimiento atenuado. La población crece y el incremento anual crece a un ritmo decreciente⁷. En la última etapa se evidencia un crecimiento muy atenuado por el efecto de un freno. La población crece y el crecimiento anual decrece.

⁷ Ver Anexo 2 para la estimación del punto de inflexión

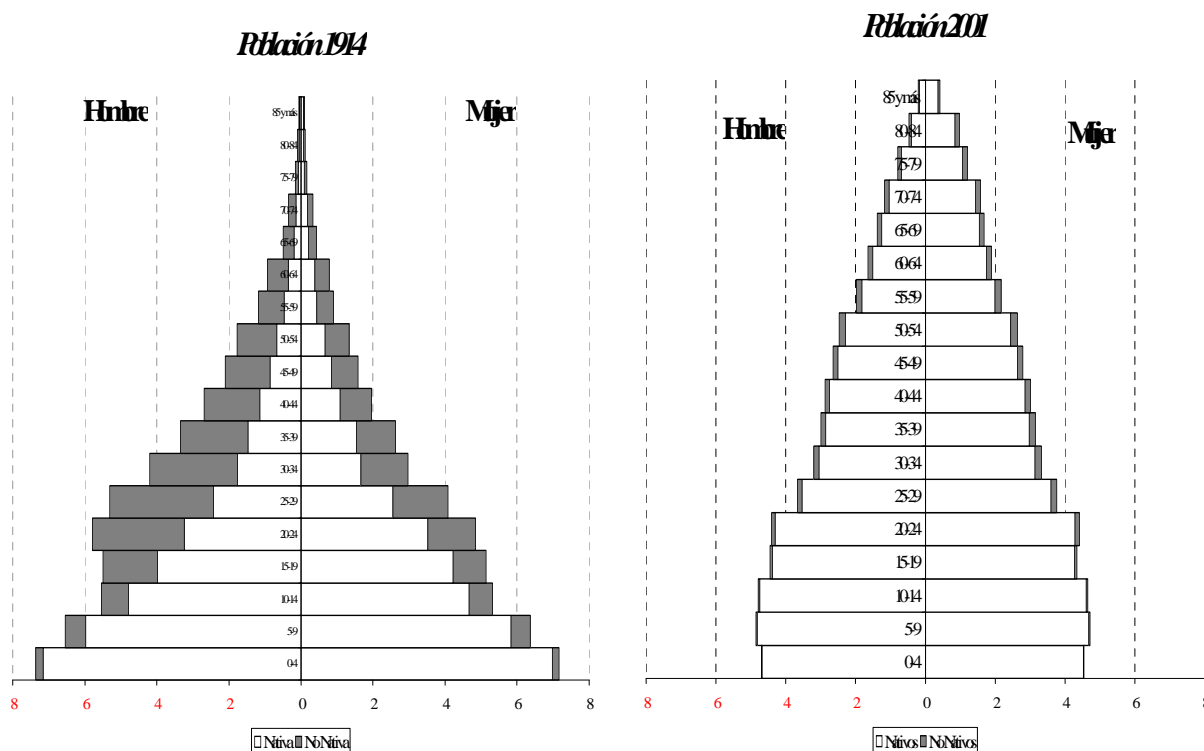


Gráfico 4. Incremento anual de la Población de Rosario. 1950-2010.



Fuente: Elaboración propia con datos de la Tabla 2

Gráfico 5. Pirámides de población. Argentina. 1914 y 2001⁸



Fuente: elaboración propia con Datos del INDEC

⁸ Datos de <http://www.indec.mecon.ar> (18/09/04)



El incremento anual por mil habitantes decrece en todo el período 1869-2001. Comienza con un incremento anual de 46 habitantes por cada mil habitantes en el período 1895-1869 y termina con un incremento anual de 0,18 por cada mil habitantes en el período 2001-1991⁹. Esta es una evidencia más que suficiente para NO utilizar el modelo geométrico o exponencial para las proyecciones de la población de Rosario. Parece oportuno recordar que las cifras proyectadas hasta la llegada de un nuevo censo se hacen, sobre la base de la tasa intercensal de los últimos dos censos, suponiendo un crecimiento geométrico¹⁰, lo que implica la necesaria realización de ajustes a la llegada de los datos censales.

Puede observarse en el Gráfico 5 de la Población Argentina, que la población del año 2001 ha envejecido con respecto a la del 1914. La base se torna más pequeña indicando la disminución de niños y la cima más ancha indicando la presencia de más ancianos

Teniendo en cuenta que el sector grisado del gráfico representa a la población no nativa (extranjera), es notable observar que ha disminuido significativamente la proporción de no nativos. En 1914 la población extranjera mayor de 25 años superaba a la nativa en todos los grupos de edades, mientras que en la de 2001 casi ni se percibe la influencia del extranjero.

¿Puede pensarse que este sea uno de los motivos de la caída de la tasa intercensal?

7. REFLEXIONES FINALES

Creemos que este examen ha mostrado que la curva logística puede ajustar bien los datos del crecimiento de la población de la ciudad de Rosario y provee un modelo aceptable para explicar su dinámica. Los datos 1869-2001 son bien ajustados por una logística como lo revela la precisión del ajuste de la función con un coeficiente de determinación de $R^2=0,99$. La aplicación de este modelo (que responde al movimiento del péndulo) al crecimiento de la población fue propuesta por Quetelet (1796-1874), el gran estadístico belga del siglo XIX. En el estudio del crecimiento numérico de la población ésta no es una función matemática más sino que responde al paradigma de auto corrección. Traduciendo al profesor Leach (1981):

“sugerimos que la curva logística provee un modelo de trabajo para este mecanismo de auto corrección y que para los períodos sobre los cuales se ajusta una curva logística simple, ésta refleja una relación estable entre nacimientos, defunciones y migración”.

Queremos remarcar el hecho de contar solamente con nueve censos nacionales en Argentina; en algunos casos (entre 1914 y 1947), hay una “oscuridad” de treinta y tres años. Por tal motivo, aventurar algo acerca del futuro con el conocimiento precario del pasado, coloca a la estadística casi en una “aventura del pensamiento”. Sin embargo, el énfasis puesto en la exploración de la estructura interna de la dinámica poblacional y las buenas medidas de precisión hacen que esta estimación de datos intercensales y proyección de datos futuros, nos den elementos para seguir investigando en esta dirección.

Nos parece pertinente reiterar que las proyecciones que se hacen utilizando las dos últimas cifras censales por medio de la tasa intercensal, responden al crecimiento geométrico y el supuesto implícito es que la tasa intercensal es constante a medida que la población crece. Para la población de Rosario se ve a simple vista (ver Tabla 2) que a medida que la población crece la tasa intercensal decrece y ésta es una condición suficiente para un crecimiento **no** geométrico. No se le puede aplicar a la realidad un modelo, como si fuera una

⁹ Ver Tabla 2 y Gráfico 1

¹⁰ Consultar : Rediseño del sistema de Indicadores sociodemográficos (1997).



camisa de fuerza; es necesario explorarla para ver si se deja explicar por un modelo.

No nos asombra la amplitud en el intervalo de confianza (más de 186.000 habitantes para el año 2010), dado que si el dato censal del año 2001 es confiable (como debería serlo por provenir de un Censo Nacional)¹¹ está mostrando un estado de indecisión en la evolución de la población. Lo revela también la tasa intercensal de 0,18. No sabemos si este estancamiento es el inicio de una tendencia o una simple variación aleatoria. Por tal motivo la proyección nos dice con una confianza del 95%, que en el 2010 la población podría tanto disminuir como aumentar. ¿Seguirá la dinámica de la población de Rosario desarrollándose conforme la curva logística? Tal vez el próximo Censo de Población deleve el misterio.

Esperamos haber logrado una contribución útil en la implementación de una metodología para la realización de un reajuste de las series derivadas de la población total.

Referencias

- Alcaide Inchausti, A; Álvarez Vázquez, N. Y otros (2001). *Aplicaciones econométricas*. Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid.
- Dieulefait, C. E. (1932). *La teoría de la población en relación con sus grupos sociales componentes*. Comitato italiano per los studio dei problemi della popolazione. Roma.
- (1937). Sur la fonction logistique. En *Congrés International de la Population*. París.
- Gallese, E. y Lac Prugent, N. M. (1980). *Teoría matemática de la población*. Impresión de la Escuela de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Rosario.
- (1991). Dinámica de la población del municipio de Rosario. En *Primeras Jornadas De Encuentro De Investigadores. Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Rosario*.
- (1992). Projections de population pour la ville de Rosario (Argentine). En *STATECO: Bulletin de liaison non officiel des statisticiens et économistes exerçant leur activité dans les pays du Tiers Monde del I.N.S.E.E., Service de Cooperation*. París, Francia. Tomo N°71, 59-67.
- (2003). Mercado laboral y población. *Actas 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*. Lleida.
http://www.udl.es/usuarios/seio2003/treballs/07_1_2.pdf
- Gallese, E. , Lac Prugent, N. M. y Wojdyla, D. (1992). La naturaleza iterativa de la modelización en la dinámica de la población de Rosario. En *Actas del Noveno Congreso Nacional de Profesionales en Ciencias Económicas*. Área Estadística. Rosario. Argentina.
- Kolmogorov, A. N. Y Fomin, S. V. (1975). *Elementos de la teoría de funciones y del análisis funcional*. Editorial MIR. Moscú.
- Leach, D. (1981). Re-evaluation of the logistic curve for human populations. *J. R. Statist. Soc.* 144, Part 1. 94-103.
- Luthe, R.; Olivera, A.; Y Schutz, F.. (1986) *Métodos Numéricos*; Editorial Limusa; Primera edición; México; 443p

¹¹ La confiabilidad de los datos del Censo de Población 2001 será el tema de otro trabajo.



Pindyck, R. S. y Rubinfeld, D. L.(2000). *Econometría, modelos y pronósticos*. Mc Graw Hill. Cuarta edición. México.

Rietz, H. L. (1924). *Handbook of mathematical statistics*. The Riverside Press. Cambridge

Informes técnicos

Instituto Nacional de Estadística y Censos (1997). *¿Cómo se mide el desempleo?*. Centro Estadístico de Servicios.

Instituto Nacional de Estadística y Censos *Censo de Población y vivienda*. Por localidad. Resultados definitivos. Serie G N° 1. Censo 91. INDEC. Pág. 117

Instituto Nacional de Estadística y Censos *Rediseño del sistema de Indicadores sociodemográficos* (1997). Buenos Aires. Publicaciones del INDEC



ANEXO 1

Ajuste de Funciones no Lineales aplicado a la Función Logística con dos parámetros.

Sea:

$$Y(t) = \frac{k}{1 + \left(\frac{k}{Y_0} - 1\right) e^{-t/\alpha}} = Y(t, k, \alpha)$$

Uno de los procedimientos analíticos para estimar k y α es el de "Aproximaciones sucesivas" -basado en el "teorema del punto fijo"- también llamado "Método iterativo de linealización".

En primera instancia, se expresa la función no lineal como una expansión de series de Taylor, alrededor de algún conjunto inicial de valores de los coeficientes: k_0 y α_0 . Una aproximación lineal a la función es proporcionada por los términos de primer orden (eliminando los términos de orden superior), obteniendo la siguiente ecuación:

$$Y_t = Y(t, k_0, \alpha_0) + (k - k_0) \left(\frac{\partial y}{\partial k} \right)_0 + (\alpha - \alpha_0) \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right)_0 + \dots + \mu_t$$

Sea:

$$Y(t, k_0, \alpha_0) = Y^{(0)}(t)$$

$$Y'_k(t, k_0, \alpha_0) = \left(\frac{\partial y}{\partial k} \right)_0 = Y'_k{}^{(0)}(t)$$

$$Y'_\alpha(t, k_0, \alpha_0) = \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right)_0 = Y'_\alpha{}^{(0)}(t)$$

Entonces:

$$Y_t - Y^{(0)}(t) + k_0 Y'_k{}^{(0)}(t) + \alpha_0 Y'_\alpha{}^{(0)}(t) = k Y'_k{}^{(0)}(t) + \alpha Y'_\alpha{}^{(0)}(t) + \mu_t$$

Llamando con v_t al primer miembro: $v_t = Y_t - Y^{(0)}(t) + k_0 Y'_k{}^{(0)}(t) + \alpha_0 Y'_\alpha{}^{(0)}(t)$

Resulta:

$$v_t = k Y'_k{}^{(0)}(t) + \alpha Y'_\alpha{}^{(0)}(t) + \mu_t$$

Se puede observar que esta ecuación tiene la forma de una ecuación de regresión lineal: del lado izquierdo hay una variable dependiente construida (llamada v_t) y la parte derecha consiste (además del término del error) en un conjunto de coeficientes desconocidos (k y α) que multiplican al conjunto de variables independientes construidas. De este modo, los coeficientes pueden estimarse a través del método de mínimos cuadrados ordinarios.



$$\hat{\theta}^{(1)} = (T'T)^{-1} T'V = \varphi(\hat{\theta}^{(0)})$$

Siendo:

$$\theta = \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix}$$

y T la matriz:

$$\begin{bmatrix} Y_k'^{(0)}(1) & Y_\alpha'^{(0)}(1) \\ \dots & \dots \\ Y_k'^{(0)}(t) & Y_\alpha'^{(0)}(t) \\ \dots & \dots \\ Y_k'^{(0)}(T) & Y_\alpha'^{(0)}(T) \end{bmatrix}$$

Tomando los valores k_1 y α_1 como un conjunto nuevo de estimaciones iniciales, se reitera el procedimiento, desarrollando la serie de Taylor en estos nuevos valores. En general:

$$\hat{\theta}^{(j)} = (T'T)^{-1} T'V = \varphi(\hat{\theta}^{(j-1)})$$

La estimación en la i -ésima iteración será función de la estimación obtenida en la iteración anterior.

Si existe convergencia global $\theta^{(n)} \rightarrow \theta$ Siendo:

$$\hat{\theta}^{(n)} = \varphi(\hat{\theta}^{(n-1)})$$

$$\hat{\theta} = \varphi(\hat{\theta})$$

En este trabajo se usa un método alternativo. Éste implica una variación en el método antes descrito. En lugar de usar las estimaciones sucesivas resultantes de cada linearización, las estimaciones son calculadas a partir de:

$$\tilde{\theta}^{(j+1)} = \tilde{\theta}^{(j)} + \lambda(\hat{\theta}^{(j+1)} - \tilde{\theta}^{(j)}) \text{ con } |\lambda| < 1$$

donde $\hat{\theta}^{(j+1)}$ es la estimación de mínimos cuadrados de la $(j+1)$ -ésima iteración

ANEXO 2

$$\text{PUNTO DE INFLEXIÓN} = t_0 + \alpha \times \ln\left(\frac{k}{Y_0} - 1\right)$$

$$\text{PUNTO DE INFLEXIÓN} = 1.869 + 21,78 \times \ln\left(\frac{1.010.707}{23.169} - 1\right)$$

Entre 1950 y 1951. Año de velocidad máxima y aceleración cero