



**Ana María Craveri**  
**María del Carmen Spengler**  
**Teresita Terán**

*Departamento de Matemática, Escuela de Estadística.*

## **EL APORTE DE LA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA BÁSICA UNIVERSITARIA**

### **1. INTRODUCCION**

La siguiente reflexión: "Ahora que hay un acceso relativamente fácil, a las computadoras, calculadoras gráficas y calculadoras, merece la pena examinar, en qué medida podemos aliviar a nuestros estudiantes de algunos de los trabajos penosos que experimentaron generaciones pasadas. ¿Cómo ha cambiado la tecnología el contenido y la filosofía del currículum?. ¿Cómo pueden beneficiarse los estudiantes que se especializarán en Matemática: del uso de la tecnología de las computadoras?. ¿Cómo pueden beneficiarse los que se especializarán en otras disciplinas?. ¿Deberían darse los programas existentes de la misma forma que en el pasado, o puede la tecnología asistir en el desarrollo de habilidades superiores o más importantes?". (THE INTERNATIONAL COMMISSION OF MATHEMATICAL INSTRUCTION. ICMI. 1998), da cuenta de la creciente preocupación que existe en los ámbitos internacionales con respecto a la enseñanza de la Matemática en relación a su contexto.

Los docentes de cursos universitarios de matemática, en general, no han sido entrenados para considerar criterios educacionales, didácticos o pedagógicos más allá de la determinación de los contenidos curriculares. En otras épocas la responsabilidad de los docentes era principalmente presentar el material de estudio claramente, y la responsabilidad del aprendizaje se dejaba en gran parte a los estudiantes, así, los "buenos" estudiantes aprobarían y los "malos" no. Actualmente el rol de la enseñanza (específicamente de clases magistrales) y la responsabilidad del docente por el aprendizaje de sus alumnos, están siendo reconsideradas.

Aún cuando se es consciente de los cambios que están sucediendo, y de la experimentación con diferentes enfoques de enseñanza, se tienen limitadas oportunidades para hacer cambios sustanciales debido a la estructura y organización de la docencia a nivel universitario.

Centrando la atención en nuestra facultad, relevamientos previos, en el marco de los proyectos: "El impacto de las nuevas tecnologías en la Formación del Profesional en Ciencias Económicas" de la Escuela de Administración y "Enseñanza de la Matemática con herramienta computacional" del Departamento de Matemática de la Escuela de Estadística, ambos de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística de la Universidad Nacional de Rosario, mostraron la alta disponibilidad personal de HARDWARE, por parte de los estudiantes de esta facultad.

Esta realidad, unida a otras muchas consideraciones como: el ingreso masivo de estudiantes observado en los últimos años, la necesidad de asimilar mayor cantidad de conceptos en menos tiempo, las crecientes diferencias entre la enseñanza de la Matemática en el nivel medio y la de nivel superior, el rápido desarrollo de la tecnología, etc.,



hace necesario plantear de qué forma puede cambiar la enseñanza y cuáles son los efectos del uso de la tecnología en esa transformación. Intentando acercarnos a dar respuesta a los interrogantes planteados, se implementó una metodología alternativa de trabajos prácticos con enseñanza tutorial.

A la luz de las tendencias actuales sobre el aprendizaje de la Matemática con bases psicológicas y epistemológicas, la acción del tutorial y del profesor tutor son muy importantes y consideramos que la enseñanza tutorial es un modelo para motivar, orientar, ayudar y reforzar el proceso de autoaprendizaje.

Cirigliano (1983) dice que *"El tutor es un especialista en contenido que funciona como un recurso para completar la aprendibilidad del material de aprendizaje"* y completa su definición diciendo que es básicamente un facilitador del aprendizaje abierto o a distancia, unas veces su figura se puede considerar a disposición del alumno cuando éste lo necesita, otras un recurso dentro de la institución.

Esta metodología permite aprovechar las horas que, normalmente se dedican a la resolución de las guías de trabajos prácticos, para la discusión, aclaración de dudas, poniendo el profesor tutor al alumno en condiciones de desarrollar al máximo su capacidad de asimilación del aprendizaje y dotándolo de técnicas y recursos a fin de que el alumno pueda desarrollar en las mejores condiciones su potencial humano.

Dado que esta práctica exige un alto compromiso y responsabilidad de parte del alumno ya que es en gran medida un autoaprendizaje, se decidió comparar los resultados obtenidos en la evaluación de este grupo, con los que se obtuvieron con otros dos grupos; uno donde el profesor desarrolló los ejercicios de la guía de trabajos prácticos durante el transcurso de las clases y otro donde los alumnos asistieron al laboratorio de computación trabajando en grupos de dos alumnos por computadora y la guía de un docente.

En este trabajo se expondrán los resultados de una investigación pedagógica aplicada sobre un grupo de estudiantes del 1er. año de la carrera de Contador de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística de la Universidad Nacional de Rosario que cursaron Matemática I durante 1998.

## **2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **2.1. Objetivo general**

Analizar la conveniencia del uso de metodologías alternativas innovadoras complementarias para solucionar los problemas que presenta la enseñanza de la Matemática a grandes masas de alumnos.

### **2.2. Objetivo específico**

Comparar la metodología tradicional con la enseñanza tutorial y con el taller en Laboratorio, a través de los resultados obtenidos al finalizar las tareas de enseñanza-aprendizaje programadas sobre los temas: Operaciones con matrices, Determinantes y Sistemas de ecuaciones lineales.



### 3. HIPOTESIS DE TRABAJO

- Es posible incorporar al curriculum, modalidades tutoriales que involucren la utilización de las herramientas computacionales para el aprendizaje de algunos temas de Algebra Lineal.
- El rendimiento en grupos con modalidad tutorial no es inferior al obtenido con metodología tradicional.
- La metodología de taller en Laboratorio mejora la calidad del aprendizaje.

### 4. VARIABLES

Nos encontramos ante una variable **independiente nominal**; la metodología de enseñanza, con tres modalidades: tradicional, tutorial y taller en Laboratorio. Consideraremos.

- **Metodología tradicional:** El profesor resuelve y explica en la pizarra los ejercicios de la guía de trabajos prácticos sobre los temas: Operaciones con matrices, Determinantes y Sistemas de Ecuaciones lineales, en dos horas semanales durante ocho semanas.
- **Metodología tutorial:** El profesor tutor entregará a sus alumnos la guía de trabajos prácticos ya mencionada y además el tutorial sobre software DERIVE. Se asignan dos horas semanales, durante ocho semanas, para la discusión, aclaración de dudas y seguimiento de los tutelados.
- **Taller en Laboratorio:** Los alumnos resolverán en el Laboratorio de Computación los ejercicios de la misma guía de trabajos prácticos en grupo de dos por computadora con el profesor, utilizando el software DERIVE.

La variable **dependiente** es el aprendizaje de los temas aludidos (variable latente) medido a través del puntaje obtenido en una evaluación ad hoc realizada al cabo de las ocho semanas.

### 5. DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

Se trata de un estudio piloto realizado en tres comisiones (turno mañana) de los alumnos de primer año de la carrera de Contador de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística de la Universidad Nacional de Rosario, que cursaron Matemática I durante el año 1998 con uno de los profesores de la cátedra.

Se analizaron los puntajes obtenidos, por estos alumnos, en el "Test de Medición de Capacidad Operatoria Formal", que se le aplica a todos los alumnos al ingresar a la facultad, y en el Primer Examen Parcial. Estos puntajes se agruparon en las siguientes categorías:

- I: Insuficientes (puntajes de 0 a 3)
- S: Suficientes (puntajes 4 y 5)
- B: Buenos (puntajes de 6 a 8)
- E: Excelentes (puntajes 9 y 10)



Se probó que no existen diferencias significativas entre las comisiones con relación a las proporciones de las categorías consideradas, lo que hace suponer que estamos frente a 3 grupos equivalentes en lo que respecta a capacidad operatoria. Las comisiones se trataron como grupos independientes aplicándose a cada uno, al azar, una de las metodologías ya definidas (tratamiento). Designamos con:

**Grupo 1 - G1:** Comisión que trabajó con la metodología tradicional.

**Grupo 2 - G2:** Comisión que trabajó con la metodología tutorial.

**Grupo 3 - G3:** Comisión que trabajó con metodología de taller en Laboratorio.

Cumplidas las ocho semanas, se evaluó a 183 alumnos con la siguiente prueba, que en lo sucesivo identificaremos como "examen final".

### **EVALUACIÓN DE LOS TEMAS: MATRICES, DETERMINANTES Y SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES:**

**Curso: Matemática I**

**Profesora: María del Carmen Spengler.**

1. Un inversionista le comenta a un corredor de bolsa que todas sus acciones están en 3 compañías, A, B y C, y que dos días antes el valor de sus acciones disminuyó \$350; pero que ayer el valor aumentó en \$600. El agente recuerda que dos días antes el precio de las acciones A, cayó en \$1 por acción, el de B disminuyó en \$1,50, pero que el precio de las acciones C, aumentó en \$0,50 por acción. El agente recuerda además, que ayer el precio de las acciones de A, aumentó en \$1,50, hubo una caída de \$0,50 por acción de las de B y las C, aumentaron en \$1.

Responder:

- a) ¿Tiene el corredor de bolsa la información suficiente para calcular el número de acciones que el inversionista tiene en cada compañía?. ¿Por qué?.
  - b) ¿Qué ocurre si el inversionista le comenta al corredor que en la compañía C tiene 200 acciones?. Suponiendo que ocurra esto, calcule el número de acciones que el inversionista tiene en cada compañía.
2. Determinar los valores del parámetro  $k$  para los cuales, el siguiente sistema resulta incompatible. Interpretar geoméricamente para dichos valores.

$$\begin{cases} x - 2y + \frac{1}{2}z = k \\ x + y + 2z = 3 \\ -2x + 4y - kz = 5 \end{cases}$$

3. a) Hallar si existe la matriz  $x$  que satisface la siguiente ecuación matricial

$$(A + X)^T \cdot C = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$



b) Si  $A = \{ a_{ij} \}$  es una matriz cuadrada de orden 5, tal que  $a_{ij} = -2 \forall i = 1, 2, \dots, 5$  y  $a_{ij} = 0 \forall i \neq j$ . Justificar que A es inversible y calcular el determinante de  $A^{-1}$ .

4. Establecer, en cada caso, si la proposición es verdadera o falsa; de suceder esto ultimo dar un enunciado verdadero en relación al tema:

a) El sistema  $(S_n) \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j = 0, i = 1, 2, \dots, n$  donde  $n < m$  admite soluciones no triviales.

b)  $A, B \in M_n(K)$  inversibles  $\Rightarrow A.B$  es inversible y  $(A B)^{-1} = A^{-1} . B^{-1}$

c) El determinante de una matriz triangular es nulo  $\Leftrightarrow$  sus elementos diagonales son todos cero.

d)  $A, B \in M_{n \times m}(k)$ ; entonces  $(A + B)^T = B^T + A^T$

## 6. TRATAMIENTO ESTADÍSTICO

La elección de pruebas no paramétricas para el tratamiento de los datos obedece a que no se puede mantener sin una "manga ancha", que los puntajes obtenidos pertenezcan a un nivel de medida de intervalo; por lo que los datos fueron tratados como pertenecientes a un nivel de medida ordinal o de rango.

En una primera instancia, interesó saber si la proporción de alumnos que aprobaban o no la evaluación final, podía considerarse igual para las tres metodologías. Con el mismo criterio que el utilizado, por la cátedra en el resto de las evaluaciones escritas, los alumnos con un puntaje de 4 o más se ubicaron en la categoría de "aprobados", los que obtuvieron tres o menos se contaron entre los "no aprobados". Se aplicó un Test  $\chi^2$

### CUADRO Nº 1

#### Alumnos Aprobados y No Aprobados en el examen final Según las tres metodologías

	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	TOTAL
Aprobados	54	58	35	147
No Aprobados	11	14	11	36
TOTAL	65	72	46	183

$$\chi^2 = 0,839$$

Podemos concluir que la proporción de aprobados es la misma para los tres grupos ( $P < 0,05$ , es decir, no existen diferencias significativas, en la proporción de alumnos que aprueban o no los temas de la evaluación final, entre las tres metodologías).

A fin de evaluar si las metodologías alternativas mejoran los puntajes obtenidos por los estudiantes, en el examen final, se consideró si éstos fueron superiores, inferio-



res o iguales a los obtenidos por cada uno de ellos en el primer parcial; cabe mencionar que esta evaluación parcial corresponde al primer cuatrimestre de la materia y consiste en la resolución de ejercicios del tipo de los trabajados en las "clases de práctica" dictadas con metodología tradicional.

En cada grupo se comparó la categoría de puntaje (I, S, B y E ya definidas) que obtuvo cada alumno en el examen final con la del examen parcial.

Se consideró si se estaba frente a un avance, retroceso o paridad según el siguiente criterio:

- **AVANCE:** si el puntaje del examen final corresponde a una categoría superior al logrado en el primer parcial.
- **RETROCESO:** si el puntaje obtenido en el examen final corresponde a una categoría inferior al logrado en el primer parcial.
- **PARIDAD:** cuando ambas calificaciones pertenecen a la misma categoría.

La información se sintetiza en el siguiente cuadro.

## CUADRO N° 2

### Avances, Retrocesos y Paridades en el examen final según las tres metodologías.

	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	TOTAL
Avances	22	33	25	80
Retrocesos	34	31	11	76
Paridad	9	8	10	27
TOTAL	65	72	46	183

$$\chi^2 = 8,39085$$

La prueba de  $\chi^2$  nos lleva a concluir que no existen diferencias significativas en la proporción de avances, en las tres metodologías. ( $P < 0,05$ ).

Dado que los datos no son meras calificaciones cualitativas sino "notas", se aplicó la prueba de rangos señalados y pares igualados de WILCOXON comparando los puntajes obtenidos por cada alumno en el 1er. parcial y en la evaluación final, en cada uno de los tres grupos.

Este test permite considerar no sólo la dirección de la diferencia de los pares, sino dar más peso al par que muestra una diferencia grande en los puntajes que al par que exhibe una diferencia pequeña y además muchas de las paridades del cuadro n° 2, lo serán en la prueba de WILCOXON.

La aplicación de esta prueba a los datos de los grupos G<sub>1</sub> y G<sub>2</sub> lleva a concluir que no se han registrado avances o retrocesos significativos en los puntajes con respecto a la evaluación anterior.



En tanto que en  $G_3$  la magnitud de los avances es significativamente mayor que la de los retrocesos ( $P < 0,05$ ).

No obstante el análisis de los cambios de categoría de Insuficiente en el primer parcial a Aprobado en el examen final y viceversa, en este mismo grupo, no da diferencia significativa al aplicar la prueba de Mc NEMAR a los datos del cuadro n° 3.

### **CUADRO N° 3**

Evaluación final	Insuficiente	Aprobado	TOTAL
1er. Parcial			
Insuficiente	4	11	15
Aprobado	7	24	31
TOTAL	11	35	46

## **7. CONSIDERACIONES FINALES:**

Durante las ocho semanas que duró la experiencia se comprobó que es posible incorporar al currículom la utilización de la herramienta computacional aún cuando las comisiones de alumnos asignadas a un docente resultan numerosas. La enseñanza tutorial con la incorporación de un SOFTWARE apropiado y aprovechando la alta disponibilidad . personal. de HARDWARE de los estudiantes, puede ser una alternativa viable.

No se ha podido demostrar empíricamente que la enseñanza tutorial con la incorporación del SOFTWARE DERIVE provoque diferencias significativas en el rendimiento de los estudiantes comparado con la metodología tradicional. No obstante es válido destacar que la experiencia docente con esta modalidad resultó positiva en los siguientes aspectos:

- Mejor disposición por parte de los alumnos para resolver problemas sobre los temas específicos.
- Posibilidad de un efectivo seguimiento por parte del docente de los alumnos a su cargo.

El grupo que trabajó con Metodología de Taller en Laboratorio con el SOFTWARE DERIVE, tuvo una respuesta significativamente superior en su rendimiento. La mejora en el puntaje de la evaluación final con respecto a la anterior se dio en el grupo de alumnos "aprobados" dado que no hubo recupero significativo de alumnos insuficientes.

Los resultados de esta experiencia pueden considerarse como ejemplo piloto para seguir profundizando en futuros trabajos dirigidos a muestras más representativas, así como también extenderse a otros temas de la currícula de los cursos de Matemática para Contador.



## **Bibliografía**

- ANIDO, M.: "Acción tutorial, evaluación didáctica y promoción del alumno" (1998)
- ANSUBEL, D.; NOVAK, J.; HANESIAN, H.: "Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo". (1995)
- CASTILLO ARREDONDO, S.; GARCIA ARETIO, L.: "El profesor tutor y la tutoría en el modelo U.N.E.D. - Madrid". (1996).  
"El desarrollo de la acción tutorial U.N.E.D.- Madrid". (1996).
- KENDALL, M.S.; STUART, A.: "The advanced Theory of Statistics", Vol. 2
- KENDALL, M.G.: "Rank's Correlation Methods".
- SIEGEL, S.: "Non parametrics Statistics for the behavioral Sciences".
- CONOVER, W.J.: "Practical nonparametric statistics".