

# APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE CONTROL MULTIVARIADO EN PROCESOS INDUSTRIALES

MARÍA ISABEL FLURY , CRISTINA BARBIERO

Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas, Escuela de Estadística

## INTRODUCCIÓN

Objetivos del Control estadístico de procesos: detectar ocurrencia de causas asignables de variación; .investigar y tomar acciones correctivas; disminuir a un mínimo la variabilidad del proceso.

El diagrama de control es una efectiva herramienta para lograrlo.

Los procedimientos automáticos de inspección permiten medir con relativa facilidad varias características de calidad. Las técnicas de control multivariado toman en consideración la relación que existe entre las variables, generando algoritmos potentes que son sensibles a la presencia de causas asignables, pobremente detectadas por diagramas de control univariado.

## OBJETIVOS

- Enfocar aspectos relativos a la implementación de gráficos de control multivariados basados en la estadística  $T^2$  de Hotelling.
- Presentar brevemente procedimientos para interpretar señales de fuera de control.

## ETAPAS EN LA IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROL MULTIVARIADO DE PROCESOS

- Determinación de los “sujetos de control”, considerando las características del proceso a ser monitoreado y las del sistema de medición (tiempo y lugar de realización de los ensayos).
- Identificación de las “p” variables a medir.
- Establecimiento de metas o valores objetivos para cada variable considerada:
  - a) objetivos determinados externamente.
  - b) objetivos determinados internamente ( a través de estudios de capacidad de procesos).
  - c) Objetivos determinados utilizando una muestra base o de referencia.
- Creación de un mecanismo de recolección de datos.
- Evaluación de la performance del proceso.
- Interpretación de la diferencia entre la performance real y la meta u objetivo.
- Toma de acciones correctivas.

## LA ESTADÍSTICA $T^2$ .

Se utiliza cuando la matriz de covariancias  $\Sigma$  de las variables consideradas es desconocida y debe

estimarse a través de una muestra. Su expresión es  $T^2 = C(X - m)'S^{-1}(X - m)$

Es una medida de distancia. Su valor será mayor cuanto más distante esté la observación del valor objetivo.

En un gráfico  $T^2$ , una señal de fuera de control ocurre cuando el valor observado de esta estadística,

supera el límite superior de control dado por el valor de  $T^2_{(n-1);\alpha}$ .

Problemas principales:

. la escala utilizada para graficar los valores, no está relacionada con la escala de ninguna de las variables involucradas.

. cuando la estadística  $T^2$  excede el L.S.C, el usuario no sabe cuál o cuáles son las variables responsables de la señal de fuera de control.

## PROCEDIMIENTOS PARA LA DETERMINACIÓN DEL VECTOR DE V.OBJETIVOS, CÁLCULO DE LA $T^2$ Y DEL L.S.C.

<p><b>PROCEDIMIENTO 1:</b> <b>VALORES OBJETIVOS EXTERNOS</b></p> <p>objetivo: adherirse a dichos estándares o satisfacer metas fijadas por la competencia</p>	<p><b>MUESTRA ÚNICA</b></p> <p><b>SUBGRUPOS RACIONALES</b></p>	$S = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})' / (n-1)$ $S_p = \frac{\sum_{j=1}^k (n_j - 1) S_j}{\sum_{j=1}^k (n_j - 1)}$	$T^2 = (X_i - m_0)' S^{-1} (X_i - m_0)$ $T_{Mj}^2 = n_j (\bar{X} - m_0)' S_p^{-1} (\bar{X} - m_0)$ $L_S^D = \sum_{i=1}^n (X_i^D - \bar{X})' \Sigma^{-1} (X_i^D - \bar{X})$	$\Gamma^2 C = \frac{u-b}{b(u-j)} E^{\alpha \cdot b \cdot u-b}$ $\Gamma^2 C = \frac{(1-n)kq}{1+q-(1-n)k} = 0.2...$ $\Gamma^2 C \cong (n-j) \chi_{\alpha}^2$
<p><b>PROCEDIMIENTO 2:</b> <b>VALORES OBJETIVOS INTERNOS</b></p> <p><b>Objetivo:</b> detectar observ. anómalas o outliers y obtener valores consistentes para futuros procesos.</p>	<p><b>MUESTRA ÚNICA</b></p> <p><b>SUBGRUPOS RACIONALES</b></p>	<p><b>Idem procedimiento 1</b></p>	$T^2 = (X_i - \bar{X})' S^{-1} (X_i - \bar{X})$ $T_{Mj}^2 = n(\bar{X}_j - \bar{X})' S_p^{-1} (\bar{X}_j - \bar{X})$ $T_{Dj}^2 = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)' S_p^{-1} (X_{ij} - \bar{X}_j)$	$L.S.C = (n-1) \beta_{\alpha; p/2; (n-p-1)/2}$ $\Gamma^2 C = \frac{k(n-j)-b+j}{b(k-j)(n-j)} E^{\alpha \cdot b \cdot k(n-j)-b+j}$ $\Gamma^2 C \cong (n-j) \chi_{\alpha}^2$
<p><b>PROCEDIMIENTO 3:</b> <b>VALORES OBJETIVOS DADOS POR MUESTRA BASE.</b></p> <p><b>Objetivo:</b> determinar consistencia entre datos actuales y muestra base.</p>	<p><b>MUESTRA ÚNICA</b></p> <p><b>SUBGRUPOS RACIONALES</b></p>	<p><b>Idem procedimiento 1</b> (utilizando sólo los datos de la muestra base)</p>	$L_S = n^J (\underline{X} - \underline{X})' \Sigma_{-J}^{-1} (\underline{X} - \underline{X})$ $L_S^{W^1} = (\underline{X}^1 - \underline{X})' \Sigma_{-J}^{-1} (\underline{X}^1 - \underline{X})$ $T_{Dj}^2 = \sum_{i=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_j) S_{Xp}^{-1} (Y_{ij} - \bar{Y}_j)$	$L.S.C = \frac{p(n_2 - 1)(n_1 + n_2)}{n_2(n_2 - p)} F_{\alpha; n_2 - p}$ $L.S.C = \frac{p(k+1)(n-1)}{k(n-1) - p + 1} F_{\alpha; kn - k - p + 1}$ $L.S.C \cong (n-1) \chi_{\alpha; p}^2$

## INTERPRETACIÓN DE SEÑALES FUERA DE CONTROL

\*Procedimiento step-down

\*Componentes principales

\*Descomposición de la estadística  $T^2$

\*Gráficos (sun plot, start plot, scatter plot, MP charts)

## CONSIDERACIONES FINALES

Para lograr avances en la explotación de esta metodología se requiere:

\*Divulgar ampliamente estas técnicas en la industria local.

\*Implementar programas de computación accesibles a los usuarios.