



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ESTADÍSTICA  
BOULEVARD OROÑO 1261 - 2000 ROSARIO - REPÚBLICA ARGENTINA

EXP-UNR: N° 26978/2021.

Rosario, 02 de noviembre de 2021

VISTO: La propuesta de programa, objetivos y sistema de evaluación de la asignatura “Probabilidades II” de la carrera de Licenciatura en Estadística, elevada por la Dirección de la Escuela de Estadística y de la Secretaría Académica, según Nota Sec. Ac. N° 289/21.

Atento a que el proyecto presentado se adecua al plan de estudios aprobado por Resolución C.S. n° 589/2019 de fecha 19-12-2019, y a lo establecido en las pautas aprobadas según Resolución n° 27554-C.D.

Teniendo en cuenta el despacho de la Comisión de Enseñanza.

CONSIDERANDO: Lo establecido en el artículo 23°, inciso b) del Estatuto de la Universidad.

POR ELLO,

EL CONSEJO DIRECTIVO  
DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y ESTADISTICA  
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

RESUELVE:

ARTICULO 1° - Aprobar el programa, objetivos y sistema de evaluación de la asignatura “**PROBABILIDADES II**” de la carrera de Licenciatura en Estadística (Resolución C.S. N° 589/2019), y que como Anexo Único forma parte de la presente Resolución.

ARTICULO 2° - Comuníquese, cópiese y archívese.

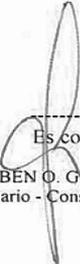
RESOLUCIÓN N° 30643-C.D.

LIC. ADRIANA P. RACCA  
Decana

Pte. Consejo Directivo

JUAN JOSE MESON

Director General de Administración

  
Es copia  
RUBÉN O. GONZÁLEZ  
Secretario - Consejo Directivo



**Universidad Nacional de Rosario**  
**Facultad de Ciencias Económicas y Estadística**

**Carrera:** Licenciatura en Estadística  
(Resolución C.S. N°589/2019)

**Asignatura:**  
PROBABILIDADES II

**Tipo de materia:** obligatoria

**Ciclo:** Básico – Segundo año

**Escuela de:** Estadística

**Duración:** Cuatrimestral

**Carga horaria:** 96 horas

**Profesora Titular:**  
Dra. Marta Beatriz QUAGLINO



### ANEXO ÚNICO

Programa de “**PROBABILIDADES II**”

Carrera de: Licenciatura en Administración (Resolución C.S. n° 589/2019)

Duración: Cuatrimestral – carga horaria 96 horas

#### FUNDAMENTOS:

La Teoría de Probabilidad constituye el cuerpo teórico en el cual se apoyan los métodos de análisis de datos que se imparten en las asignaturas de las dos Áreas del ciclo superior del Plan de Estudios, Área de Métodos Estadísticos y Área de Aplicación. En este curso de formación específica, el segundo de los que corresponden a la Probabilidad dentro del ciclo básico, también está muy relacionado con la asignatura Inferencia Estadística II del mismo módulo, ya que establece todas definiciones y teoremas que fundamentan los métodos inferenciales de estimación y test de hipótesis que forman parte de su programa. Si bien la materia es de carácter abstracto, más cercano a contenidos matemáticos que al análisis de datos, su conocimiento es indispensable para la comprensión de los desarrollos de la Teoría Estadística, por lo cual su conocimiento brinda la capacitación necesaria para estudiar en mayor profundidad y con mejor grado de comprensión los temas metodológicos necesarios para el ejercicio profesional de los Licenciados en Estadística.

La ubicación de la asignatura en el Plan de Estudios, en el segundo semestre del segundo año, se corresponde con el carácter formativo necesario para las materias más avanzadas y a su vez, después de los cursos iniciales de formación en análisis matemático, álgebra y probabilidad. Los temas abordados complementan y profundizan los contenidos desarrollados en la asignatura correlativa anterior, Probabilidades I. Se comienza con una breve revisión de los conceptos de experimentos aleatorios, espacios de probabilidad y variables aleatorias, ampliando estos temas con sucesiones de conjuntos, condiciones de intercambiabilidad de las operaciones de límite y probabilidad, y lema de Borel-Cantelli; se introducen los vectores aleatorios, independencia, distribuciones conjuntas, marginales y condicionales, hasta llegar a las sucesiones de variables aleatorias y teoremas límite. Los conceptos de Esperanza Matemática y otros momentos, hacen uso de medidas de probabilidad en el campo real e integración de Riemann-Stieltjes.

#### OBJETIVOS:

Que los alumnos logren:

- Profundizar sus conocimientos teóricos y prácticos sobre la Teoría de Probabilidades.
- Adquirir habilidades en la aplicación de los resultados de las propiedades y teoremas, demostrados teóricamente.
- Aprender conceptos fundamentales sobre variables aleatorias uni y multidimensionales y las funciones que definen sus leyes de probabilidad.
- Avanzar en la generalización de definiciones y demostración de propiedades de los momentos de variables aleatorias
- Incorporar conceptos sobre sucesiones de variables aleatorias, sus propiedades y teoremas límite de probabilidad, vinculándolos con procedimientos inferenciales de la Estadística.
- Comprender la utilidad de los temas de Probabilidad en el desarrollo de la Teoría Estadística.
- Ampliar su capacidad de razonamiento y consolidar hábitos de análisis, abstracción y generalización.

#### CONTENIDOS:

##### **UNIDAD 1: ESPACIOS DE PROBABILIDAD. VARIABLES Y VECTORES ALEATORIOS.**

Espacios de probabilidad. Borelianos en la recta y en el espacio. Definición axiomática de probabilidad. Propiedades. Sucesiones de conjuntos. Convergencia. Límite y probabilidad. Borel- Cantelli. Variables y vectores aleatorios. Probabilidad inducida. Funciones de distribución conjuntas y marginales. Clasificación de las variables y vectores aleatorios. Independencia.

RESOLUCIÓN N° 30643-C.D.



## **UNIDAD 2: FUNCIONES DE VARIABLES Y VECTORES ALEATORIOS.**

Funciones de variables aleatorias. Cambio de variable. Definición general y método del Jacobiano. Convulsión. Algunas aplicaciones importantes: distribuciones, chi cuadrado, t de Student, F de Snedecor, etc.

## **UNIDAD 3: ESPERANZA. MOMENTOS.**

La integral de Riemann-Stieltjes. Propiedades. Casos particulares. Esperanza matemática. Condiciones de existencia. Expresión general como integral de Riemann. Monotonía. Linearidad. Teorema de Jensen. Desigualdad generalizada de Tchebychev. Esperanza de una función de variables aleatorias. Teoremas de convergencia monótona y mayorada. Momentos. Propiedades de momentos. Vectores de esperanza y matrices de variancias y covariancia. Correlación.

## **UNIDAD 4: DISTRIBUCIONES CONDICIONALES**

Distribuciones condicionales y Esperanza condicional. Casos particulares: Variables condicionantes discretas y continuas. Independencia. Propiedades. Relación entre las funciones de distribución conjunta y condicional. La Esperanza condicional como modelo predictivo. Teoremas de existencia.

## **UNIDAD 5: MODELOS DE PROBABILIDAD PARA VARIAS VARIABLES**

Distintos modelos de probabilidad multivariados. Modelos jerárquicos y distribuciones de mezcla. Normal multivariada, marginales, condicionales, variancias y correlaciones parciales. Esperanzas condicionales y modelos de regresión múltiple. Combinación lineal de vectores normales. Transformación en normal multivariada para conseguir independencia.

## **UNIDAD 6: SUCESIONES DE VARIABLES ALEATORIAS**

Sucesiones de variables aleatorias. Modos de convergencia: en casi todo punto, en norma, en probabilidad, en distribución. Borel-Cantelli y convergencia casi segura. Relaciones entre modos de convergencia. Propiedades. Teorema de Slutsky. Leyes de los grandes números, débiles y fuertes. Función característica. Teoremas de Helly-Bray y Paul Levy. Teorema Central del Límite. Lindeberg. Lyapunov. Teorema Central del límite multivariado.

## **METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA:**

La actividad curricular de la asignatura combina las clases teóricas donde se exponen los temas, se establecen definiciones y se desarrollan o demuestran propiedades, con otras clases dedicadas a las aplicaciones de los conceptos teóricos a través de ejercitaciones variadas. Los problemas que se resuelven en las clases prácticas incluyen demostraciones de propiedades y aplicaciones en problemas aplicados que permiten descubrir algunas de las múltiples aplicaciones de la teoría de probabilidad, en la resolución de problemas reales. Dado que es una materia de carácter formativo, se mantiene el uso de una clara notación matemática en todas las aplicaciones, enfatizando en la abstracción de las situaciones problemáticas reales planteadas y en la clara identificación de las hipótesis correspondientes a la aplicación de cada propiedad. Por la forma de desarrollar las actividades, se diluye la división entre teoría y práctica, dado que el aprendizaje de esta asignatura requiere un entrenamiento dual. Toda clase teórica hace referencia a las aplicaciones y considera la ejemplificación de los conceptos y teoremas a través de casos aplicados y la presentación de contraejemplos cuando es pertinente. A su vez las clases prácticas pueden dedicarse a la demostración de propiedades o a la resolución de ejercicios y problemas, haciendo siempre una revisión cuidadosa de la teoría aplicada y del cumplimiento de hipótesis de los teoremas, para justificar la elección del procedimiento.

La metodología de enseñanza combina las clases expositivas con las participativas, donde el alumno tiene una mayor intervención. Para la introducción de cada tema se utilizan ejemplos motivadores, provenientes de temas de análisis de datos que requerirán la utilización de las definiciones y justificaciones de los temas a abordar, incluyendo cuando corresponda, la vinculación con temas vistos previamente en diferentes asignaturas (Análisis Matemático, Probabilidades I, Inferencia I, etc). Luego se presentan con rigurosidad las definiciones de los conceptos relevantes y notación adoptada, se enuncian y demuestran propiedades y se culmina con la presentación de uno o más casos de aplicación, que ejemplifican los conceptos y facilitan su comprensión. Si bien en estas clases hay una participación



predominante del docente, durante todo su desarrollo se fomenta la participación de los estudiantes, instándolos a discutir situaciones o a expresar sus intuiciones respecto de los conceptos, enfatizando en la importancia de la argumentación.

Las clases dedicadas a actividades prácticas tienen una dinámica interactiva. Se trabaja sobre guías de ejercicios, organizadas en concordancia con los temas teóricos. En cada tema, la primera actividad corresponde al desarrollo de un ejercicio tipo por parte del docente, que permite hacer una revisión pormenorizada de los conceptos teóricos asociados. El ejercicio puede referirse a la demostración de alguna propiedad o teorema. Luego los alumnos trabajan en forma individual o grupal sobre otros ejercicios, con la guía y supervisión del docente que va revisando las soluciones propuestas. Se incentiva el trabajo grupal, la discusión de formas alternativas de resolución y la comparación de resultados. En todas las clases quedan listas de ejercicios propuestos a resolver fuera del aula por parte de los alumnos.

La asignatura dispone de un aula virtual en el Campus Virtual de la UNR, en la que se encuentra disponible todo el material de la cátedra y que provee canales de comunicación entre docentes y alumnos, ya sea por mensajería privada o mediante foros de discusión. Semanalmente, de acuerdo a la dinámica de las clases, se proponen tareas para completar y subir a la página, de modo de asegurar un seguimiento continuo de la comprensión de los temas, los cuales constituyen un núcleo metodológico conectado desde la primera a la última unidad.

### **ACTIVIDADES:**

Se pretende que en cada unidad el alumno desarrolle la habilidad de identificar los conceptos teóricos de cada eje temático que corresponden a la resolución del problema y la capacidad de justificar adecuadamente sus procedimientos. Para ello, cada unidad de la asignatura cuenta con una guía de ejercicios que recorren todos los temas, con diferentes niveles de dificultad, y sobre los cuales se pretende que trabaje el alumno en el espacio áulico, con el acompañamiento y la orientación docente. Cada guía de ejercicios cuenta además con una sección de ejercitación propuesta, para que el alumno resuelva de manera autónoma fuera del horario de clase, para consolidar las habilidades de resolución adquiridas en clase como también para identificar aquellos conceptos aun no afianzados y que requieren de una revisión.

Se plantean adicionalmente, la realización de trabajos prácticos integradores que deben ser resueltos en grupo fuera del horario de clase, con el objetivo de fomentar la integración de conocimientos, la investigación bibliográfica, la discusión entre pares y el desarrollo de habilidades de escritura y presentación de resultados.

Los docentes pondrán a disposición de los alumnos horarios de consulta, para resolver las dificultades o dudas que hayan encontrado los estudiantes, tanto en cuestiones prácticas como teóricas.

### **CARGA HORARIA:**

La carga horaria presencial de la asignatura es de 96 horas totales, que se reparten por partes aproximadamente iguales entre las clases denominadas de práctica y teoría. Las evaluaciones parciales para regularización de la materia, se desarrollan dentro de estas horas.

### **SISTEMA DE EVALUACION:**

El sistema de evaluación de la asignatura está compuesto por dos exámenes parciales individuales y dos trabajos integradores a realizar en equipo. Los exámenes parciales son presenciales, escritos e individuales. Estarán compuestos por ejercicios prácticos cuya resolución requiera el conocimiento de los contenidos teóricos relacionados. El criterio de evaluación considera dos aspectos, la obtención de la respuesta correcta y el procedimiento aplicado para llegar a las mismas. Los trabajos integradores plantean la resolución de situaciones más complejas que integran varios temas aprendidos en la materia, se resuelven en un plazo estipulado, por fuera de los horarios de clase y se comunican a través de informes escritos.

Los exámenes parciales y los trabajos integradores se califican con notas de 1 a 10 y se promedian con ponderaciones del 70% y 30% respectivamente. Si la nota promedio es 6 o superior y ninguna nota individual es menor a 4, el alumno obtiene la condición de regular. En caso contrario, la condición del alumno es libre. El alumno tiene la posibilidad de realizar una única instancia de recuperación al final del cuatrimestre, en la que sólo podrá recuperar una de las evaluaciones. El recuperatorio es de carácter



integrador y la nota obtenida reemplaza la nota de la evaluación que se recupera.

El examen final para la aprobación de la materia, será presencial, escrito e individual. La nota mínima de aprobación es 6. Tanto para alumnos libres como regulares el examen tiene un enfoque integrador teórico-práctico. En el caso de alumnos libres, el examen abarcará todas las unidades de la asignatura tanto en práctica como en teoría, mientras que para alumnos regulares la parte práctica del examen hará mayor hincapié en los temas no evaluados en los exámenes parciales.

### **BIBLIOGRAFÍA:**

#### **Unidad 1: Espacios de probabilidad. Variables y vectores aleatorios**

- BOROVKOV, Alexander.(2013) *Probability Theory*. Universitext. Springer-Verlag. London. Cap.1, 2 y 3.
- CASELLA G.; BERGER, R. (2002) *Statistical Inference*, 2nd ed. Thomson Learning. Cap. 1 y 4.
- JAMES, Barry (1981). *Probabilidade. Um curso de nivel intermediario*. Instituto de Matemática Pura y Aplicada. Río de Janeiro. Cap. 1 y 2
- KLENKE, Achim (2013), *Probability Theory. A comprehensive course*. Second edition. Universitext. Springer-Verlag. London. Cap. 1 y 2
- PETROV, V.; MORDECKI, E. (2008). *Teoría de Probabilidad*. Ed, DIRAC. Montevideo. Uruguay. Cap. 1, 2 y 3
- QUAGLINO, Marta. *Espacios de Probabilidad. Variables y vectores aleatorios. Función de distribución de variables y vectores aleatorios. Casos particulares. Notas de clase disponible en el aula virtual de la asignatura en Campus Virtual UNR.*

#### **Unidad 2: Funciones de variables y vectores aleatorios**

- BOROVKOV, Alexander.(2013) *Probability Theory*. Universitext. Springer-Verlag. London. Cap. 3.
- CASELLA G.; BERGER, R. (2002). *Statistical Inference*, 2nd ed. Thomson Learning. Cap. 2
- JAMES, Barry (1981). *Probabilidade. Um curso de nivel intermediario*. Instituto de Matemática Pura y Aplicada. Río de Janeiro. Cap. 2
- PETROV, V.; MORDECKI, E. (2008). *Teoría de Probabilidad*. Ed, DIRAC. Montevideo. Uruguay. Cap. 3
- QUAGLINO, Marta. *Función de variables aleatorias. Cambio de variables*. Notas de clase disponible en el aula virtual de la asignatura en Campus Virtual UNR.

#### **Unidad 3: Esperanza. Momentos**

- BOROVKOV, Alexander.(2013) *Probability Theory*. Universitext. Springer-Verlag. London. Cap.3 y 4.
- CASELLA G.; BERGER, R. (2002). *Statistical Inference*, 2nd ed. Thomson Learning. Cap. 2
- JAMES, Barry (1981). *Probabilidade. Um curso de nivel intermediario*. Instituto de Matemática Pura y Aplicada. Río de Janeiro. Cap. 3
- KLENKE, Achim (2013), *Probability Theory. A comprehensive course*. Second edition. Universitext. Springer-Verlag. London. Cap. 1 y 2
- PETROV, V.; MORDECKI, E. (2008). *Teoría de Probabilidad*. Ed, DIRAC. Montevideo. Uruguay. Cap. 5 y 6
- QUAGLINO, Marta. *Integral de Riemman Stieltjes. Esperanza matemática. Momentos*. Notas de clase disponible en el aula virtual de la asignatura en Campus Virtual UNR.

#### **Unidad 4: Distribuciones condicionales**

- BOROVKOV, Alexander (2013). *Probability Theory*. Universitext. Springer-Verlag. London. Cap. 4.
- CASELLA G.; BERGER, R. (2002). *Statistical Inference*, 2nd ed. Thomson Learning. Cap. 4
- JAMES, Barry (1981). *Probabilidade. Um curso de nivel intermediario*. Instituto de Matemática Pura y Aplicada. Río de Janeiro. Cap. 4
- KLENKE, Achim (2013), *Probability Theory. A comprehensive course*. Second edition. Universitext. Springer-Verlag. London. Cap. 8
- PETROV, V.; MORDECKI, E. (2008). *Teoría de Probabilidad*. Ed, DIRAC. Montevideo. Uruguay. Cap. 9



- QUAGLINO, Marta. *Integral de Riemman Stieljes. Esperanza matemática. Momentos*. Notas de clase disponible en el aula virtual de la asignatura en Campus Virtual UNR.

**Unidad 5: Modelos de probabilidad para varias Variables**

- ANDERSON, T.W. (2003) *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*. 3<sup>rd</sup> edition. Ed. Wiley. Cap. 1, 2 y 3.
- CASELLA G.; BERGER, R. (2002). *Statistical Inference*, 2nd ed. Thomson Learning. Cap. 4
- SEBER, G. (2004) *Multivariate Observation*. John Wiley & Sons, Inc. Cap. 1.
- QUAGLINO, Marta. *La distribución normal multivariada*. Notas de clase disponible en el aula virtual de la asignatura en Campus Virtual UNR.

**Unidad 6: Sucesiones de variables aleatorias**

- BOROVIKOV, Alexander (2013). *Probability Theory*. Universitext. Springer-Verlag. London. Cap. 4.
- CASELLA G.; BERGER, R. (2002). *Statistical Inference*, 2nd ed. Thomson Learning. Cap. 5
- JAMES, Barry (1981). *Probabilidade. Um curso de nivel intermediario*. Instituto de Matemática Pura y Aplicada. Río de Janeiro. Cap. 5, 6 y 7.
- KLENKE, Achim (2013), *Probability Theory. A comprehensive course*. Second edition. Universitext. Springer-Verlag. London. Cap. 5 y 6
- PETROV, V.; MORDECKI, E. (2008). *Teoría de Probabilidad*. Ed, DIRAC. Montevideo. Uruguay. Cap. 5, 6 y 7
- QUAGLINO, Marta. *Sucesiones de variables aleatorias. Modos de convergencia. Relaciones. Leyes de los grandes números y Teorema central del límite*. Notas de clase disponible en el aula virtual de la asignatura en Campus Virtual UNR.

RESOLUCIÓN N° 30643-C.D.

LIC. ADRIANA P. RACCA

Decana

Pte. Consejo Directivo

JUAN JOSE MESON

Director General de Administración

Es copia  
RUBÉN O. GONZÁLEZ  
Secretario - Consejo Directivo