



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ESTADÍSTICA  
BOULEVARD OROÑO 1261 - 2000 ROSARIO - REPÚBLICA ARGENTINA

EXP-UNR: N° 13301/2021.

Rosario, 02 de noviembre de 2021

VISTO: La propuesta de programa, objetivos y sistema de evaluación de la asignatura “Análisis Matemático III” de la carrera de Licenciatura en Estadística, elevada por la Dirección de la Escuela de Estadística y de la Secretaría Académica, según Nota Sec. Ac. N° 185/21.

Atento a que el proyecto presentado se adecua al plan de estudios aprobado por Resolución C.S. n° 589/2019 de fecha 19-12-2019, y a lo establecido en las pautas aprobadas según Resolución n° 27554-C.D.

Teniendo en cuenta el despacho de la Comisión de Enseñanza.

CONSIDERANDO: Lo establecido en el artículo 23°, inciso b) del Estatuto de la Universidad.

POR ELLO,

EL CONSEJO DIRECTIVO  
DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y ESTADISTICA  
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

RESUELVE:

ARTICULO 1° - Aprobar el programa, objetivos y sistema de evaluación de la asignatura “**ANÁLISIS MATEMÁTICO III**” de la carrera de Licenciatura en Estadística (Resolución C.S. N° 589/2019), y que como Anexo Único forma parte de la presente Resolución.

ARTICULO 2° - Comuníquese, cópiese y archívese.

RESOLUCIÓN N° 30638-C.D.

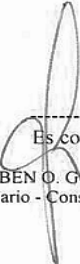
LIC. ADRIANA P. RACCA

Decana

Pte. Consejo Directivo

JUAN JOSE MESON

Director General de Administración

  
Es copia  
RUBÉN O. GONZÁLEZ  
Secretario - Consejo Directivo



**Universidad Nacional de Rosario**  
**Facultad de Ciencias Económicas y Estadística**

**Carrera:** Licenciatura en Estadística  
(Resolución C.S. N°589/2019)

**Asignatura:**  
ANÁLISIS MATEMÁTICO III

**Tipo de materia:** obligatoria

**Ciclo:** Básico – Tercer año

**Escuela de:** Estadística

**Duración:** Cuatrimestral

**Carga horaria:** 96 horas

**Profesor Titular:**  
Dr. Eduardo PHILIPP



### ANEXO ÚNICO

Programa de “ANÁLISIS MATEMÁTICO III”  
Carrera de: Licenciatura en Administración (Resolución C.S. n° 589/2019)  
Duración: Cuatrimestral – carga horaria 96 horas

#### FUNDAMENTACIÓN

Pertenece al primer cuatrimestre del segundo año de la carrera y tiene asignada seis horas semanales en las que se desarrollan clases teórico-prácticas. Se dictan conceptos fundamentales del Análisis Matemático de funciones vectoriales y campos escalares: límite, continuidad, derivabilidad, diferenciabilidad e integrabilidad. Se presentan además una gran variedad de problemas donde se introduce tanto la modelización de situaciones reales que pueden resolverse con argumentos matemáticos sencillos, así como de problemas teóricos más profundos. En todos ellos se pretende estimular la creatividad y la rigurosidad en el razonamiento de los alumnos.

#### OBJETIVOS

Que el alumno logre:

Complementar los conocimientos relativos al Análisis Matemático de funciones de una variable, incorporar los conocimientos básicos relativos a la topología de para luego adquirir un adecuado dominio de los conceptos fundamentales del cálculo infinitesimal de funciones de varias variables y aplicarlos a la resolución de problemas que los requieran.

Establecer relaciones entre conceptos sobre funciones de varias variables y sus correspondientes versiones sobre funciones de una variable. Afianzar el aprendizaje de los mismos reconociendo similitudes y diferencias entre los nuevos conceptos y los aprendidos en Análisis Matemático I y II.

Desarrollar su capacidad de razonamiento lógico, su habilidad para plantear y resolver problemas y para expresar con claridad sus ideas. Aplicar esas habilidades y conocimientos en las asignaturas específicas de la carrera.

Ejemplificar las situaciones teóricas aprendidas, como así presentar contraejemplos de proposiciones falsas y adquirir las habilidades necesarias para introducirse de manera independiente en nuevos temas relacionados con los abordados en la materia.

Promover la utilización de recursos tecnológicos de cálculo algebraico y simbólico a fin de obtener, estimar, visualizar y analizar soluciones.

#### CONTENIDOS

##### **Unidad 1: Funciones Vectoriales.**

- 1.1 Funciones vectoriales. Definición. Ejemplos. Límite y continuidad.
- 1.2 Curvas y parametrizaciones. Interpretación gráfica. Clasificación de curvas.
- 1.3 Integral de una función vectorial. Longitud de arco.
- 1.4 Derivada de una función vectorial. Vector derivado. Recta tangente y recta normal a una curva plana.

##### **Unidad 2: Elementos de Topología de $\mathbb{R}^n$ .**

- 2.1 Recuerdo de conceptos de números reales. Distancia entre reales. Subconjuntos de  $\mathbb{R}$ . Intervalos.
- 2.2 Generalización a varias dimensiones: el Espacio Métrico  $\mathbb{R}^n$ . Norma de vectores. Distancia entre puntos. Propiedades.
- 2.3 Puntos interiores, exteriores y frontera. Conjuntos abiertos y cerrados en  $\mathbb{R}^n$ . Propiedades. Interior y Clausura de un conjunto.
- 2.4 Puntos aislados y de acumulación. Conjuntos acotados. Conjuntos compactos. Propiedades.

##### **Unidad 3: Funciones de varias variables: Campos Escalares.**

- 3.1 Campos escalares. Definición. Curvas y superficies de nivel. Interpretación gráfica.
- 3.2 Límites de campos escalares. Definición. Límites por curvas. Existencia o no de límites.
- 3.3 Continuidad de campos escalares. Teorema de valor medio para campos escalares continuos.

RESOLUCIÓN N° 30638-C.D.



**Unidad 4: Cálculo diferencial de funciones de varias variables.**

- 4.1 Derivadas parciales y direccionales de campos escalares. Definiciones. Interpretación geométrica.
- 4.2 Diferenciabilidad de campos escalares. Vector Gradiente. Aproximación lineal. Plano tangente. Relación entre derivadas direccionales y vector gradiente. Interpretación geométrica.
- 4.3 Condiciones necesarias para la diferenciabilidad. Condiciones suficientes de diferenciabilidad. Direcciones de máximo crecimiento y decrecimiento. Regla de la Cadena.
- 4.4 Derivadas parciales de orden superior. Conmutatividad de las derivadas sucesivas.

**Unidad 5: Aplicaciones del cálculo diferencial.**

- 5.1 Teorema de la función implícita.
- 5.2 Extremos relativos de campos escalares. Criterios de primer y segundo orden para extremos relativos. Criterio del Hessiano.
- 5.3 Teorema de Weierstrass. Extremos absolutos de campos escalares en compactos. Ejemplos.
- 5.4 Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange.

**Unidad 6: Cálculo integral de funciones de varias variables. Integrales múltiples e integrales paramétricas.**

- 6.1 Integrales Paramétricas. Definiciones. Continuidad y derivabilidad.
- 6.2 El problema del volumen. Integrales dobles sobre rectángulos. Propiedades. Calculo de integrales dobles como integrales iteradas.
- 6.3 Integrales dobles sobre regiones más generales. Regiones elementales de  $\mathbb{R}^2$ .
- 6.4 Teorema de valor medio para integrales dobles.
- 6.5 Cambio de coordenadas en integrales dobles. Jacobiano. Coordenadas polares.

**METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA**

Se entiende al estudiante como constructor de su propio conocimiento. Es por ello que se propone el trabajo en equipo como estrategia didáctica y la clase como un espacio de aprendizaje con uso de fuentes bibliográficas y de recursos tecnológicos. Es parte del trabajo áulico brindar a los estudiantes oportunidades para que discutan, saquen conclusiones, defiendan sus ideas. El docente alentará la comunicación de resultados y de procedimientos, la expresión oral y la utilización de distintos lenguajes.

Las clases serán llevadas a cabo en pizarrón y proyector. La presentación de los contenidos se realizará de manera rigurosa, ejemplificando cada nuevo concepto y propiedad con casos que clarifiquen las relaciones que hay entre los mismos. De esta manera también se pretende lograr un nexo entre contenidos teóricos y sus aplicaciones prácticas.

Todos los docentes de la cátedra fijarán una hora semanal de consulta para continuar con la discusión de aquellos conceptos y problemas en los que los estudiantes hayan encontrado dificultades.

**ACTIVIDADES**

La actividad curricular alternará distintas instancias:

Una con un mayor protagonismo del docente quien sobre la base de un material didáctico disponible y en permanente interacción con los alumnos destaca la importancia de cada tema, presenta definiciones, enuncia y/o prueba propiedades relevantes y analiza ejemplos simples que faciliten la comprensión y conceptualización.

Una segunda instancia con un mayor protagonismo de los alumnos, quienes en grupos (de dos o tres) trabajan sobre una guía de ejercicios y problemas, con el soporte de los docentes quienes interactúan constantemente con cada grupo fomentando la discusión entre sus miembros y reorientando sus iniciativas.

Los alumnos realizarán diversas actividades. Algunas corresponderán a la resolución de ejercicios y problemas seleccionados de la bibliografía básica tendientes al aprendizaje de técnicas, por lo que mayormente serán realizados fuera del horario de clase. Otras, consistirán en la resolución de guías confeccionadas por la cátedra con el objetivo de fomentar la discusión, el análisis y el uso de recursos tecnológicos en el aula. En estas actividades el alumno adquiere un mayor protagonismo desarrollando habilidades para detectar errores y reconocer que desde ellos se plantea un nuevo aprendizaje.



Se trabaja con problemas de temática bien marcada dentro de cada una de las secciones.

*Practica 1:* Funciones Vectoriales. Curvas y parametrizaciones. Consiste en un conjunto de ejercicios de complejidad creciente y seleccionados de la bibliografía. Comienza con ejercicios de determinación de dominio, límite, continuidad, derivabilidad e integrabilidad de funciones vectoriales concluyendo con ejercicios de determinación de parametrizaciones de curvas, gráficas de curvas, vectores tangentes y normales y cálculo de longitudes de arco.

*Practica 2:* Topología de  $\mathbb{R}^n$ . Se trata de una práctica breve que pretende afianzar el conocimiento y manejo de las propiedades topológicas de conjuntos principalmente de  $\mathbb{R}^2$ .

*Practica 3:* Funciones de varias variables. Límite y continuidad. Se trabajan con ejercicios de complejidad creciente seleccionados de la bibliografía. Determinación de dominio de campos escalares, análisis de sus propiedades topológicas. Determinación de curvas y superficies de nivel de campos escalares y gráficas de las mismas. Luego se presentan diversos ejercicios de determinación de existencia o no de límites de campos escalares y análisis de continuidad de los mismos. Se incluyen también algunos ejercicios consistentes en la utilización de software matemático para la realización de gráficos de funciones de dos variables, así como también de curvas y superficies de nivel.

*Practica 4:* Calculo Diferencial de funciones de varias variables. Se incluyen ejercicios y problemas seleccionados de la bibliografía. Estos exigen a los estudiantes en primer lugar el cálculo de derivadas parciales y direccionales, el análisis de existencia de derivadas direccionales de ciertos campos escalares para luego destacarse los ejercicios y problemas que involucran la noción de campos escalares diferenciables y su relación con sus derivadas direccionales. También son importantes los ejercicios de planos tangentes, direcciones de máximo crecimiento y decrecimiento y regla de la cadena. Se concluye con ejercicios referidos a derivadas parciales de orden superior y sus propiedades. Se incluyen también problemas tendientes a interpretar geoméricamente a las derivadas parciales y direccionales de un campo escalar.

*Practica 5:* Aplicaciones del Calculo Diferencial de funciones de varias variables. Se incluye una larga lista de problemas y ejercicios de diversa dificultad comenzando por aquellos que requieren la aplicación del teorema de la función implícita continuando con ejercicios y problemas de determinación de extremos absolutos y relativos de campos escalares y problemas de extremos condicionados. Se destaca la resolución de problemas de optimización.

*Practica 6:* Integrales dobles e integrales paramétricas. Consiste en un conjunto de ejercicios de diversa complejidad y seleccionados de la bibliografía. Se incluye una lista de problemas y ejercicios comenzando por integrales paramétricas y el análisis de sus propiedades respecto a continuidad y derivabilidad, continuando con integrales dobles sobre rectángulos y sobre regiones más generales. En este contexto se aprovecha para incluir varias funciones de densidad de probabilidad en una y dos dimensiones y el cálculo de varias integrales dobles que permiten calcular probabilidades. Se destacan también los problemas de cálculo de volumen de ciertos cuerpos de  $\mathbb{R}^3$  y la aplicación de cambio de coordenadas a polares.

### **RECURSOS WEB Y OTROS RECURSOS**

En esta asignatura se trabaja principalmente con apuntes de cátedra. Se dispone de uno por cada unidad de la asignatura y en ellos se incluyen las actividades prácticas propuestas (consignadas arriba) en formato digital o impreso. En algunas clases teórico-prácticas se realizan exposiciones orales utilizando los recursos de las aulas: pizarrón, fibrón, pc con cañón proyector, notebook, conexión a internet. Además software de graficacion y calculo simbólico (Geogebra, entre otros) y animaciones.

La cátedra mantiene fluida comunicación con los alumnos por correo electrónico y a través de la página de la materia. Por estos medios se envían los archivos digitales de los apuntes y trabajos prácticos, como así también toda información referente a horarios y lugar de consulta, fechas de parciales y resultados de las evaluaciones.

### **CARGA HORARIA**

#### ***Presenciales***

Teóricas	48 hs.
Prácticas	
Resolución de problemas y ejercicios	44 hs.
Evaluaciones	4 hs.
<b>Total</b>	<b>96 hs</b>



***Dedicadas por el alumno fuera de clase***

Preparación teórica	24 hs.
Preparación práctica	36 hs
<b>Total</b>	<b>60 hs</b>

**EVALUACIÓN**

La propuesta es hacer de la evaluación un continuo integrado en el proceso de enseñanza-aprendizaje, que refleje los caminos de aprendizaje del alumno y ayude al docente, de ser necesario, a reorientar la enseñanza de manera eficaz. Se combinarán actividades de evaluación sumativa con actividades de evaluación formativa y continua. En cuanto a las actividades de evaluación sumativa, se realizan dos evaluaciones parciales de tipo practico-conceptual que comprenden el manejo de definiciones, propiedades, teoremas y la resolución de problemas y ejercicios.

**Parcial 1:** se evaluarán los temas de las unidades 1, 2 y 3.

Observación: aunque existe una práctica para los temas de la Unidad 2, ésta no será evaluada de forma directa ya que su propósito principal es valer al alumno de las herramientas básicas para manejar funciones de varias variables definidas en subconjuntos de  $\mathbb{R}^n$ . Se evaluarán estos conceptos de manera indirecta al analizar propiedades topológicas de dominios de campos escalares (correspondiente a la Unidad 3).

**Parcial 2:** se evaluarán los temas de las unidades 4, 5 y 6.

Los exámenes constarán de ejercicios de los siguientes tipos:

- Ejercicios de aplicación directa de los conceptos teóricos tratados durante el dictado de la asignatura, donde el alumno pueda demostrar que ha adquirido los conceptos teóricos básicos necesarios.
- Problemas pautados, donde en distintos ítems el alumno pueda demostrar distintas habilidades para resolver un problema.
- Problemas que el alumno deberá plantear y resolver a partir simplemente del enunciado.
- Ejercicios de tipo verdadero o falso donde el alumno deba decidir la validez de ciertas proposiciones y justificarlas adecuadamente.

Estas evaluaciones tendrán como objetivo reconocer si el estudiante maneja las ideas centrales de los contenidos temáticos puestos en juego, y se encamina a lograr los objetivos específicos de la asignatura.

1. El alumno que apruebe los parciales con una nota superior a 5 y un promedio de los dos parciales superior a 6 alcanzará la condición de alumno regular, y para acreditar la materia deberá realizar en las mesas de exámenes una evaluación práctica sobre todos los temas de la asignatura que deberá aprobar con nota superior a 6 y realizará luego un examen final teórico, que deberá aprobar con nota superior a 6. La aprobación de las dos instancias implica la acreditación de la asignatura.

2. El alumno que no apruebe uno de los dos parciales, deberá realizar una evaluación recuperatoria con los temas correspondientes al parcial no aprobado. Si aprueba esta evaluación practica recuperatoria, alcanza la condición de alumno regular, y para acreditar la asignatura procederá como en el ítem 1. Si no aprueba esta evaluación practica queda en condición de alumno libre.

3. El examen para el alumno con condición libre consta de una primera instancia escrita, exhaustiva y globalizadora de práctica, que deberá aprobarse con nota superior a 6 para acceder a la segunda instancia sobre fundamentos teóricos, que deberá aprobarse con nota superior a 6. La aprobación de las dos instancias implica la acreditación de la asignatura.

**BIBLIOGRAFÍA**

***General***

- Courant R., John F., *Introducción al cálculo y al análisis matemático*, Limusa, 1999.
- Marsden J., Tromba A., *Cálculo Vectorial*, Addison Wesley Longman de México S.A. de C.V., Cuarta edición, 1998.

***Específica***

**UNIDAD 1. FUNCIONES VECTORIALES.**

- Estrada O., Garcúa P., Monsivais G., *Cálculo vectorial y aplicaciones*. Primera edición. Grupo Editorial Iberoamericana, Mexico, 1999.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ESTADÍSTICA  
BOULEVARD OROÑO 1261 - 2000 ROSARIO - REPÚBLICA ARGENTINA

EXP-UNR: N° 13301/2021

UNIDAD 2. ELEMENTOS DE TOPOLOGIA DE  $\mathbb{R}^n$ .

■ Lipschutz S., *Topología General*. Serie de compendios Schaum. Editorial McGraw-Hill. México, 1970.

UNIDAD 3. FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES: CAMPOS ESCALARES, UNIDAD 4. CALCULO DIFERENCIAS DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES Y UNIDAD 5. APLICACIONES DEL CALCULO DIFERENCIAL.

■ Apostol T., *Calculus Vol. 2: calculo con funciones de varias variables y Algebra Lineal, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales y a las probabilidades*, Editorial Reverte Argentina, Segunda edición, 1999.

■ Larson R., Edwards B., *Calculo 2. De varias variables*, McGraw Hill, Novena Edición, 2010.

UNIDAD 6. CALCULO INTEGRAL DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES. INTEGRALES MULTIPLES E INTEGRALES PARAMETRICAS.

■ De Burgos Roman J., *Integrales Múltiples y Paramétricas*, Primera Edición, García- Maroto Editores, Espana, 2011.

■ Stewart J., *Calculus - Trascendentes Tempranas*, Cengage Learning Editores S.A. de C.V., Septima edición, 2012.

RESOLUCIÓN N° 30638-C.D.

  
Es copia  
RUBÉN O. GONZÁLEZ  
Secretario - Consejo Directivo

LIC. ADRIANA P. RACCA  
Decana  
Pte. Consejo Directivo  
JUAN JOSE MESON  
Director General de Administración